VITT. EMANUELE

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
55
36
3
ROMA

12
24
II
29

RAGIONAMENTO

DI

ANTONIO ROTA N. V.

CONVITTORE IN SEMINARIO ROMANO

SU LA TEORIA FISICO - MATEMATICA

DEL P. RUGGIERO GIUSEPPE BOSCOVICH

DELLA COMPAGNIA DI GESU'

ESPOSTO IN UNA PUBLICA RADUNANZA
DI ERUDITI SIGNORI

CON FACOLTA' AGL'INTERVENUTI DI PROPORRE AD ARBITRIO
LE LORO DIFFICOLTA'.

IN ROMA
Nella Stamperia di Giuſeppe e Filippo de' Roſsi. MDCCLXIII.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

IMPRIMATUR,

Si videbitur Reverendiſs. P. Mag. Sacri Palatii Apoſt.

Dom. Archiep. Nicomed. Viceſgerens.

PEr ordine del Rmo P. Ricchini Maeſtro del S. P. A. ho letta l'opera intitolata *Ragionamento di Antonio Rota &c.*, ed oltre che in eſſa non ho trovato coſa alcuna contraria alla Fede e ai buoni coſtumi, ho anzi ammirato l'ingegno, di cui ne dà sì illuſtre ſaggio il Nobile Giovine nell' eſporre con chiarezza e buon ordine la celebre Teoria del P. Boſcovich. Onde la giudico degna delle ſtampe, dovendo ciò riuſcire di non minor luſtro all'Inventore, che all'Eſpoſitore della medeſima. In fede &c. Queſto dì 20. Luglio 1763.

Benedetto Stay Cameriere Segreto e Segretario delle Lettere Latine di N. S.

IMPRIMATUR.

F. Th. Qualeatti Ord. Præd. Rmi P. Mag. Sac. Pal. Ap. Socius.

PARTE PRIMA.

I. LA celebre Teoria del P. Ruggiero Giuſeppe Boſcovich, ella è certamente uno de' più bei ritrovamenti, che rendono commendabile il ſecol noſtro. La di lei ſemplicità, la preciſione, l'ordine, la conneſſione delle parti ſiccome fanno l'ammirazione delle perſone, che in queſti tempi riſplendono nell' ingegno, e nel ſapere: così del pari riſvegliar debbono la brama di apprenderla in chicchеſſia; il quale nelle Matematiche cognizioni non ſolo voglia avanzarſi; ma ancora nelle materie Fiſiche, nelle ſperienze, e ne' più ſegreti naſcondigli penetrare della Natura. Egli è ben vero, che a prima viſta a taluno ſolito guidarſi dall' apparenza, inutile può ſembrare, non che malagevole l' applicarvi: imperciocchè i pregiudizj, che fino dall'infanzia per mancanza di rifleſſione ſonoſi in noi formati, e certe perſuaſioni nella mente del volgo altamente radicate debbonſi rigettare; coſa per ſe ſteſſa difficile, e a parere di molti anche pericoloſa. Confeſſo io pure, che, quando intrapreſi ad acquiſtarne l' intelligenza, certo ribrezzo in me ſteſſo io provai: ma pur riſoluto di andare innanzi compreſi appena il fondamento, ſopra di cui tutta la macchina vien poſata; che io vidi il mio ſpavento dileguarſi qual leggier nube: e quindi oſſervando tutto il gran corpo da quel principio dimoſtrativamente diſcendere, tutto eſprimerſi da una ſola Geometrica linea, e per eſſo quaſi ſpontaneamente ogni Fiſica cognizione, e le naturali ſperienze tutte venire in chiaro; animato mi ritrovai a proſeguire con piacere nel preſo impegno. Per la qual coſa ſtimai ben fatto, ad imprimermi con più forza nella mente ciocchè di mano in mano acquiſtava d'intelligenze, coll'ordine ſteſſo met-

metterle in carta, e per ſicurezza maggiore di non prendere abbaglio, quelle moſtrare a molti dotti uomini, e in queſta ſorta di ſtudj lungamente verſati. Ma quel lavoro, che aver fatto credea per mio privato vantaggio, mi è convenuto per l'autorità di coloro, che lo hanno diligentemente eſaminato, a tutt'altro fine rivolgerlo affatto impenſato riguardando ſpecialmente il debole talento mio, e la poca cognizione delle Matematiche ſcienze, che a ben riuſcire nell'impreſa neceſſaria ſarebbe grandiſſima. Quello non pertanto, che ad eſſi piacque, dal loro giudizio incoraggito, e rincorato dalla voſtra bontà, che ſaprà ſenza dubbio di un benigno compatimento onorarmi; incomincio a porre in opera, le ſteſſe mie riflеſſioni alquanto migliorate in un breve Ragionamento ſottoponendo a i voſtri purgatiſſimi lumi: e sì dopo avere le parti tutte della Boſcovichiana Teoria ſpiegate, e difeſe, paſſerò quindi a dimoſtrarne l'uſo nelle parti più nobili della Fiſica. La qual coſa quando io abbia fornita; grazia compitiſſima mi farete, ſe alcuna difficoltà proponendomi, e poſcia delle anneſſe materie a piacer voſtro interrogandomi, il campo mi aprirete di molte coſe in riſpondendo mettere in chiaro, le quali ad un breve Ragionamento troppo ſarebbono diſconvenevoli.

II. E quì ragion vuole, che della Legge di continuità, la quale di quanto ſarò per dire è il fondamento più ſaldo, alcuna coſa ſul bel principio io favelli. Legge di continuità quella io chiamo, per cui non ſi può paſſare da una quantità ad un' altra differente, ſenza paſſare egualmente per tutti i gradi intermedj. Queſta definizione ammeſſa viene dall'erudito Monsieur de Maupertuis, che la noſtra Legge impugnò contro il Bernoulli, che difendevala. Nè però ella è punto diverſa dal principio di continuità, benchè non con queſto preciſo nome di continuità, propoſto dal Leibnizio l'anno 1687 nelle Novelle della Republica Letteraria dal Bayle publicate, e adoperato con ſucceſſo ad atterrare le Leggi del Carteſio intorno al moto. Lo ſteſſo principio è ſtato poi da i Leibniziani ampiamente con nuovi argomenti difeſo, e in modo ſpeciale nelle ſue Iſtituzioni Fiſiche dalla dottiſſima Marcheſa du Chatelet. E queſta appunto è la Legge, che debbe neceſſariamente ammetterſi nella natura; non già per il principio della ragion ſufficiente, ſopra di cui fanno tutta la forza col Bernoulli i Leibniziani; concioſſiacoſachè queſto tale principio falſo ſi giudichi da noi, e pernicioſo, ſe non per altro, perche preſo in tutta la ſua eſtenſione verrebbe a ſtrignere la divina libertà. E certamente come potrebbe la divina libera volontà piuttoſto in queſto luogo determinato una Creatura collocare, e quella tale determinata Creatura piuttoſto, che un' altra; niuna eſſendovi ragion ſufficiente, che a ciò lo determini? Altri

tri pure, e niente meno notabili inconvenienti ne naſcerebbono, che dal Chiariſſimo P. Boſcovich eſpoſti ſono nelle Diſſertazioni dell' Eſto Marino, e della Legge di continuità, e molto più ne' ſupplementi al primo Tomo della Filoſofia del Chiariſſimo Monſignore Stay. Lo che pure vien fatto da Samuel Clarke nella Raccolta di diverſi Opuſcoli ſopra la Filoſofia, e da altri molti riferiti da Carlo Guntero Ludovici nei ſuoi Commentarj della Filoſofia Leibniziana.

III. Appoggiato adunque ad altri principj una tal Legge ſotto la ſcorta del Padre Boſcovich così intraprendo a dimoſtrare. In ogni ſerie reale continua, che duri per alcun tempo determinato debbe darſi aſſolutamente il primo, e l'ultimo termine; egli è dunque manifeſto, che non può nel medeſimo momento di tempo, che ſia limite, o confine indiviſibile tra il tempo continuo precedente, e il ſuſſeguente, averſi un doppio ſtato, l'uno, che ſia termine della ſerie precedente, l'altro della ſuſſeguente; lo che accaderebbe facendoſi il ſalto. Prendaſi un corpo, che vada con qualunque moto per un qualunque piano in una linea curva qual ſi voglia: ſe queſta linea curva in qualche luogo per ſalto venga interrotta, domando io; quando il corpo ſarà giunto all'interruzione, o in quel momento di tempo, nel quale dovrebbe eſſere nell'ultimo punto della parte anteriore, ſarà parimente nel primo della poſteriore, o ſarà in ambedue i luoghi, o ſarà ſempre in quel medeſimo momento prima nell' ultimo punto della parte anteriore, e poi nel primo della poſteriore? Se accada il primo; ne ſegue neceſſariamente, che il primo limite della parte poſteriore ſia l'ultimo dell'anteriore, o che queſt' ultimo reſti annullato: e queſto non ſarebbe ammettere la compenetrazione de' punti, o dare al corpo la forza di annullare in tal paſſaggio l'ultima parte della linea anteriore? Se poi accada il ſecondo; dovrebbe il corpo eſſere allo ſteſſo momento in due luoghi diverſi con quella replicazione, che pure dimoſtraſi ad evidenza eſſere alla natura ripugnante. Ma ſe il corpo ſia nel medeſimo momento di tempo prima nella parte anteriore, poi nella poſteriore; allora converrà dire che quel momento di tempo non è indiviſibile, ma diviſibile all'infinito, ed in tal caſo dovrà farſi la compenetrazione di tutti i tempuſcoli intermedj avendoſi il corpo nell' ultimo limite della parte anteriore nel primo tempuſcolo, e nel ſecondo nel primo limite della poſteriore. Ed ecco a quali aſſurdi conduce l'ammettere il ſalto nella natura!

IV. Benchè maggiore ſi fa vedere la chiarezza del diſcorſo da me fatto, ſe venga conſultata la Geometria. Sia nella *Fig.* 1. la retta A B, le cui particelle eſprimano il tempo, e ſia a queſta riferita la linea C D; tirate le ordinate G F, K L, N M, H I, ſi troverà, che queſte ordinate creſcono grado per grado. Si tiri la li-

nea L O perpendicolare ad N M ; è cosa certa, che qualunque ordinata, che s'innalzi tra K, ed M sarà maggiore dell'ordinata K L ; siccome poi quel piccolo pezzetto di linea K M è divisibile in parti indefinite ; così potranno aversi ordinate sempre maggiori, nè mai si passerà per salto all'ordinata M N, ma si vedrà dalle punte delle ordinate formata una linea curva continua senz'alcuna ombra di salto.

V. Per verità chiunque vago sia di riflettere posatamente sopra di ciò, che tutto giorno vedesi accadere nella natura, potrà di leggieri vedere impressi in ogni parte segni ben chiari di quella legge, che sostenghiamo. Noi veggiamo continuamente muoversi nel Cielo i Pianeti, e talora pure le Comete, e muoversi nel loro corso in continue linee curve, e le loro retrogradazioni nello stesso modo formare, e fino nelle stazioni medesime pur proseguire nel corso assiduamente continuo, benchè minutissimo, ed insensibile. Forse che il Sole per la sua Ecclittica ravvolgesi con qualche salto? Ma il giorno, che debbe al Sole, ed al di lui moto l'origin sua, cresce a poco a poco dalla sua Aurora fino al Zenith, indi sminuendo và a terminar col Crepuscolo, senza che salto vi si rinvenga. Che dirò poi de' Corpi gravi, i quali obliquamente discendono? Esercitano questi, esclusa la resistenza dell'aria, in continue linee paraboliche i moti loro ; considerata poi la resistenza dell'aria altre curve descrivono più all'Iperbola somiglianti con piccola obliquità, ma pure sempre in linea curva continua: essendo infinitamente impossibile, che un corpo abbia il moto verticale fra infinite inclinazioni, tuttochè piccolissime siano, ed insensibili. E conciossiacosachè la gravità cresca in ragione reciproca duplicata delle distanze ; sì essa, che le distanze mutansi per tutti i gradi di mezzo, e lo stesso con ammirabil consenso viene del pari adempito dalla forza magnetica, dall'elastica, e da qualunque altra, che dalla gravità prenda l'origine. Nè di questo solo la continua sperienza ci rende assicurati: ma ci dimostra eziandio, che ogni altra forza, e ogni altro moto, che attentamente si osservi, mantiene intatta la legge di continuità: sì nelle linee, che si descrivono, sì nelle mutazioni di velocità ; lo che tutto giorno ci si presenta e ne' pendoli, e nel salire de' corpi gravi: giacchè in niun caso tutta la velocità in momento si accresce, o svanisce. Quel, che chiaro appariscе negli angoli de' fiumi, che mai esatti sono, ma sensibilmente inclinano alla curvatura ; se pongasi in uso il microscopio, vedrassi egualmente accadere ne' rami degli alberi, nella collisione de' corpi, ne' movimenti stessi del corpo umano ; venendo questi dagli spiriti animali, che dal cerebro continuamente diffondonsi, irradiando i nervi, movendo i muscoli, e al movimento determinando or questa, or quella, ed ora tutte le parti del nostro corpo.

VI. Una

VI. Una induzione sì universale, pare a me senza dubbio, che formi un'argomento invincibile ad escludere il salto dalla natura. Se non che pure qualche ombra di salto ci vien dimostrata dalla Geometria. Sia nella *Fig.* 2. la curva A B C D E F G, la quale ne i punti E, e C congiunti, e compenetrati se stessa traversa formando al di sotto il nodo C D E. In C siano due tangenti K C L, O C P scambievolmente inclinate: chiara cosa è; che se mancasse quel nodo, per cui la tangente K C L và in M D N, e poi con mutazione continua in O C P; nel passaggio da K C L ad O C P senz' alcun transito per le intermedie posizioni verrebbesi a dare un salto. Imperciocchè quando il solo arco A B C congiunto coll'arco C G F esprimesse alcuna serie in continuo tempo perseverante di quantità variabile dovrebbonsi nel punto C avere in uno stesso momento due tangenti, oppure una sola nata dalla compenetrazione di due. Questo tal salto però egli è salto solamente Geometrico; non è un salto Fisico, di cui solo ho preteso fin quì provare la ripugnanza. Sò benissimo, che in Geometria si può passare da una quantità all'altra per salto; ma non già può dirsi lo stesso nella Fisica. Se la curva, della quale abbiamo favellato, nella *Fig.* 3. si riferisca alla retta P Q per le ordinate R B, S C, F T, accaderebbe qualche mutazione in C, ma in tal mutazione non si vedrebbe il salto Fisico. La medesima retta S C sarebbe comun termine di tutta la serie precedente B R, e di tutta la seguente F T, e al momento S corrisponderebbe una sola ordinata, nè da una grandezza all'altra si passerebbe senz' alcun tragitto per le intermedie: e lo stesso pur si otterrebbe; se alcuna legge di variazione nelle quantità variabili si esprimesse per rette, o curve di qualunque sorta, che insieme si unissero a formare angolo; ma, come ho detto, noi non pretendiamo di escludere il salto puramente Geometrico.

VII. Può da quello, che per me si è detto, il modo agevolmente spiegarsi, con cui dalla nostra libertà la legge da me difesa non sia violata, ancorche nella serie precedente venga interrotta. Perocchè affermo apertamente; che, quando la nostra libertà porti qualche mutazione, dovrà questa dal niente per tutti i gradi di finite grandezze passare. Esprimasi nella stessa *Fig.* 3. o il moto, o la velocità, o altra cosa di un tal corpo dalla curva continua A B C E F V', nè punto agisca la causa libera: sarà tal curva descritta dalla perenne legge necessaria, ed averà la sua natura determinata dalle leggi continue nella natura stessa esistenti; dimodochè dato di essa qualunque arco continuo, e piccolo quanto si vuole, possa determinarsi il rimanente, non essendo possibile, che due curve di determinata natura combinino in alcun' arco continuo, tuttochè piccolissimo. Ora nel momento di tempo S cominci la volontà ad operare, e tolga

via col tempo S T la quantità F T. Se questa tolgasi per tutte le grandezze intermedie in luogo della curva C F' V' si potrà avere C F G, la quale non è continuazione della prima A B C. Si avrà non pertanto in S un solo limite comune S C senza il salto pernicioso; per cui avere, o prima, che giugnesse all' ultimo termine della curva precedente dovrebbe nella susseguente trovarsi il corpo, o pure essere nello stesso tempuscolo infinitesimo in ambedue i luoghi.

VIII. Egualmente si spiega il passaggio da una quantità negativa alla positiva, e dalla positiva alla negativa. Prima di tal passaggio, si fa il transito per tutte le negative, o positive intermedie fino alla cifra *o*; indi si fa passaggio respettivamente al positivo, o al negativo crescendo, o scemando per gradi, come appunto si vede accadere in ogni progressione, o sia Aritmetica, o sia Geometrica, che vada o crescendo nel positivo, o sminuendo nel negativo. Molto meno può concepirsi l'esistenza del salto, quando un corpo, o qualunque altra cosa passa dal non essere all' essere, e dall' essere al non essere. La ragione è manifesta. Il vero niente non ha in se stesso alcuna real proprietà, e in conseguenza nè primo, nè ultimo termine; quindi però in simili passaggj nellùna lesione si può provare della legge da noi difesa. Che se poi si volesse agli esperimenti ricorrere, nei quali pare, che il salto appariſca con evidenza: farebbe di mestiere ammettere ancora contro le più forzose ragioni, che tutto quello che visibilmente comparisce, tale sia realmente; quando per altro sappiam di certo, molte cose accadere nelle minime particelle, e nei momenti insensibili, che sfuggono i nostri sensi, e però credonsi assai diverse. In un vaso pieno di acqua facciasi un forame; si vedrà che ad un tratto l'acqua vien fuori: dirà taluno, che questa velocità acquistisi in un momento; e pure è questo del tutto falso. La maggior parte de i Meccanici è di parere, che tale velocità acquistisi a poco a poco. Egli è certo, che l'acqua non può sboccare con maggiore velocità di quella, colla quale si leva dalla mano l'ostacolo, che si frappuone; or questo non si toglie se non in un tempo continuo indefinitamente divisibile; tanto dunque debbe dirsi dell'acqua quanto alla velocità con cui sbocca, e tanto di ogni altra esperienza, che potesse addursi in opposto. Nè pretendiamo per questo, che molte Ipotesi non possano fingersi, nelle quali la legge di Continuità resti violata: questo solo affermiamo; che le ragioni per me fin' ora recate fanno vedere con evidenza, che tali Ipotesi non appartengono a quell' ordine di leggi, che, per quanto la ragione, e la sperienza c'insegnano, ha il Supremo Motore nella natura determinate, e stabilite.

IX. Così fissata a sufficienza la legge di continuità; poco ebbi a faticare per giugnere ad una verità, che essenzialmente ne dipende

de, e forma il punto principale della Teoria Boſcovichiana. Ella è ſenza dubbio contraria a ciò, che ne preſenta la fantaſia avvezza fin da' teneri anni a giudicar delle coſe da quello, che le viene additato da' ſenſi. Ma che per queſto? Non è ella perciò meno vera. Quante coſe ci ſi fanno tutto il giorno vedere, che dal volgo ſtimanſi evidenti; e i dotti uomini adeſſo aſſeriſcono eſſere ſcempiaggini di mente ineſperta? V'è alcuna erudita perſona, la quale il Sole mirando ſull'Orizonte, maggiore lo creda di quel, che ſiaſi nel ſuo meriggio, come facilmente da i rozzi uomini ſi crederà? Chi potrà ſtimare, che ſiano le Comete, non già globi alla terra ſimili, ed a' Pianeti; ma ſemplici eſalazioni, quali pure ſono ſtate giudicate per tanto tempo? Chi non biaſimerà il ſentimento di quegli antichi, che a ſomiglianza di un forno ingannati dall'occhio aſſerirono eſſer formata ſopra di noi la curvatura del Cielo? Or perche dunque ſarà a noi contradetto giudicare diverſamente da quel, che ſi ſtima volgarmente, nel caſo noſtro; quando la ragione ci coſtringe a così fare? Certamente; ſe i corpi, e le particelle tutte della materia giugneſſero nel loro moto al contatto non ſolo Fiſico, e ſenſibile, ma reale eziandio, e Matematico, o (che allo ſteſſo riducaſi) nelle minime diſtanze agiſſe ſoltanto la mutua attrazione; dovrebbe darſi quel ſalto, che abbiam dimoſtrato alla natura ripugnante. Prendanſi due corpi eguali (lo ſteſſo potrà dirſi fatte le debite proporzioni dei diſuguali) che camminino un dietro l'altro ſopra una medeſima retta linea indefinita: abbia il primo otto gradi di velocità, ſedici il ſecondo; chiara coſa è, che mantenendo ſempre la ſteſſa velocità dovranno ſecondo i Meccanici nel punto del contatto mutare la velocità in un momento accreſcendoſi a dodici nel primo, e ſminuendoſi a dodici nel ſecondo. Ed ecco il ſalto, che abbiamo eſcluſo! Che ſe ſi pretenda farſi tal paſſaggio per gradi nelle particelle di quel tempuſcolo, in cui reſtaſi nel contatto; converrebbe ammettere naturalmente la compenetrazione de' Corpi eſcluſa nella natura da chicheſſia. Lo dimoſtro. Scemi al primo tempuſcolo un grado di velocità nel ſecondo corpo, e creſca reſpettivamente nel primo. Nel principio del contatto averà queſti nove gradi di velocità, e quegli quindici: dunque il ſecondo con maggior velocità camminando più di ſpazio ſcorrerà di quel che ſcorraſi dal primo: dunque la ſuperficie anteriore del ſecondo anderà nel primo tempuſcolo di là dalla ſuperficie poſteriore del primo, e così di mano in mano per gli altri gradi. Può da mente ben ſana concepirſi un tal traſcorſo, ſenza riconoſcere ad evidenza la compenetrazione delle prime particelle almeno di que' due corpi? Reſta bensì tolto ogni inconveniente, ſe nelle minime diſtanze le forze attrattive ſi cangino in ripulſive, le quali prima di arrivare al contatto ſminuiſcano a proporzione la ve-

locità, e passando per tutti i gradi di mezzo riducano que' due corpi agli stessi gradi.

X. Siccome poi queste forze ripulsive, acciò siano capaci di estinguere qualunque velocità, debbono stabilirsi tali, che crescano nelle minime distanze all'infinito; dimodochè a superarle richiedasi una virtù divina: così del pari si viene in cognizione di un' altra essenziale proprietà della nostra Teoria, per cui, come io dicea, si esclude dalla natura il reale contatto Matematico; benchè resti in piedi il Sensibile, e Fisico. E per verità, se la forza ripulsiva nelle minime distanze cresce all'infinito, non è egli evidente; che un corpo non potrà mai arrivare a toccar l'altro realmente, rispinto da queste forze a misura, che più si accosta, finchè ne venga sbalzato ben lontano? Ma poi diventando maggiori le distanze, sminuirannosi grado per grado le forze ripulsive, e daranno principio ad agire le attrattive. Ammesse queste forze, in diverse circostanze, nelle quali pare a taluno veder chiarissimo il salto, come sarebbe nel lanciarsi di un sasso; nello scorrer dell' acque per un forame aperto all'improviso; nel subito accendersi, che fa una gran massa di polvere per piccola scintilla, che vi si accosti; ed in altri somiglianti casi, ne' quali tutti agiscono le forze ripulsive insensibilmente; si conserva la legge di Continuità, e nasce quell'acquisto di velocità sì notabile, che pure sembra parto di un solo momento.

XI. Potrà forse alcuno maravigliarsi, come accada, che non possa seguire il contatto reale, e matematico, quando per altro ce lo insegna la comune persuasione. Ma non è questa la prima volta, che per precipitazione di giudizio succeda universalmente un' errore, il quale [come poco prima ho accennato] dileguasi colla ragione. Debbe escludersi il salto; dunque debbono darsi le forze ripulsive; è dunque impossibile, che crescano all'infinito le forze attrattive, e si giunga al contatto reale, e matematico. Fra tanti assurdi, che ne rileva il Padre Boscovich, uno qui piacemi riportare. Sia nella *Fig.* 4. un corpo collocato in A, al quale sia data una forza di projezione per la retta AB, la quale contenga con A P un' angolo acuto: lo stesso corpo poi sia spinto verso P con forza tale, che cresca in ragione reciproca triplicata delle distanze; è dimostrato nella Meccanica, che egli dovrà scorrere la Spirale Logaritmica A C D E F G H. E' proprietà di questa curva, che qualunque retta P F tirata ad un qualunque punto F di quella, contiene colla tangente pur di quella nello stesso punto F un' angolo eguale a P A B; dal che ne segue per legittima conseguenza, che la spirale si ravvolgerà con infinite spire sempre minori intorno al punto P; non però mai giugnerà a terminare in quello. E pure fatta la supposizione, che la velocità nell'approssimarsi al centro P delle forze cresca perpetuamente; egli è ben chiaro, che in un tempo finito, e più breve di quello, in cui colla velocità avuta da prima sarebbe scorso quel corpo per la ret-

retta A B, dovrebbe giugnere in P. Dovrebbe dunque contro il dimoſtrato nella Meccanica terminarſi la ſpirale nel centro P; o altrimenti terminato il tempo dovria ſvanire quel corpo, non potendo avere altro luogo, che immaginario. Conſeguenza sì certa, che (come atteſta il P. Boſcovich) arrivò a dire il chiariſſimo Leonardo Eulero dovere appunto tal corpo nell'arrivare al centro annichilarſi.

XII. E quì ſi oſſervi, che quando io non aveſſi ſul bel principio eſcluſo dalla natura il ſalto con ragioni dalle forze ripulſive indipendenti; ma di queſte ſole mi foſſi ſervito a ſpiegare qualche eſperimento, che potria apportarſi in oppoſto: non per queſto ſarei incorſo in quel Circolo, che da i Logici vizioſo ſi ſuol chiamare. Eſcludendo il ſalto, dico in conſeguenza, che debbonſi ammettere queſte forze; ma il ſalto da me non ſi eſcluderebbe, perchè eſiſteſſero queſte forze. Mi ritrovo in un caſo; nel qual v'è dubbio, ſe diaſi il ſalto, o non ſi dia. La diſcorro così. Da una parte l'Analogia m'inſegna, che in molte circoſtanze evidentemente non ſi dà il ſalto, e niun caſo può opporſi, in cui il ſalto evidentemente ſi dia; non eſſendo impoſſibile, che in tal circoſtanza ſi diano le forze ripulſive, poſte le quali il ſalto reſta eſcluſo. Dall'altra parte ho un caſo certo, in cui nelle minori diſtanze le forze attrattive mutanſi in ripulſive, e queſto caſo egli è appunto, ſecondo il celebre ritrovamento del Chiariſſimo Newton, quel della Luce, le cui particelle arrivate proſſimamente alla ſuperficie di un corpo ſi riflettono prima di giugnere al contatto. Di queſte ſteſſe forze, che ſcambievolmente ſi mutano, nelle maggiori diſtanze ne appare un eſempio aſſai chiaro; mentre vediamo, che la Luna, il Sole, e ogni altro Pianeta, anzi le Comete medeſime benchè ſvariatiſſime ne i loro moti ſcambievolmente ſi attraggono, e ſe mai vengono ad avvicinarſi, ſubito ſi allontanano per una forza che agiſce tutto in oppoſto. Ma qual coſa è più probabile di queſte due ad accadere nel dubbio caſo propoſto? Che accada il ſalto, di cui neſſùn veſtigio chiaro vediamo impreſſo? o pure che agiſcano le forze ripulſive inſegnateci dai Pianeti, e additateci nella Luce? Pare a me certamente, che non ſia punto da eſitarſi nella riſpoſta.

XIII. Ma quali ſaranno, e di quali proprietà dotate queſte forze ripulſive? Tutto ſarà poſto in chiaro colla ſpiegazione di una curva primieramente accennata dal P. Boſcovich l'anno 1745. nella ſua Diſſertazione delle Forze Vive; poi diffuſamente dimoſtrata l'anno 1748. nella Diſſertazione della Luce, e in altre ancora, e finalmente molto più a lungo eſaminata nella Teoria della Filoſofia Naturale ſtampata in Vienna l'anno 1758. Si conſideri nella *Fig.* 5. l'Aſſe C C', il quale abbia nel punto A un' Aſintoto indefinito, intorno al quale due rami ſiano di queſta curva, uno che comincia da D', e và per E' F' G'; l'altro poi cominciando da D con varj giri ſopra, e ſotto l'Aſſe, vada verſo V; ambe-

bedue hanno ſul bel principio un'arco Aſintotico E' D', E D, che verſo D', e D ſempre più ſi va accoſtando all'Aſintoto A B, mai però non lo toccherà per eſſere ramo d'Iperbola. Dalla parte di ſotto ſempre ſe ne ſcoſteranno gli archi a miſura, che verranno dalla curva formati. Oſſervando il ſecondo ramo ſpecialmente; vedo, che queſto ſi accoſterà perpetuamente all'Aſſe, finchè arrivato ad eſſo lo taglierà in E, e ſeguiterà il ſuo cammino per un' altro arco allontanandoſi fino in F; poi muterà il receſſo in acceſſo fino a G, e così di mano in mano per altri archi ſempre minori, finchè anderà a finire nell'altra parte T p s V, che giace al di ſotto dell'Aſſe, ed ha per Aſintoto l'aſſe ſteſſo. In tal modo ancora queſta parte di curva è Aſintotica, ed accoſtaſi all'aſſe in guiſa, che le ſue diſtanze dall'Aſſe ſono in ragione reciproca duplicata delle diſtanze dall'Aſintoto A B. Ciò avvertito; ſe da qualunque punto dell'Aſſe a, b, d ſi alzano le perpendicolari a g, b t, d h terminate alla curva, ſi chiameranno queſte le ordinate, ed i ſemmenti dell'aſſe A a, A b, A d ſaranno le Aſciſſe. Queſte rappreſentano la diſtanza de' punti fra di ſe; quelle poi, cioè le ordinate poſte di quà, e di là dall'Aſſe verſo D, o verſo la parte oppoſta accennano le forze attrattive, o ripulſive. Certo è che l'ordinata a g può creſcere all'infinito ſminuendoſi all'infinito l'Aſciſſa A a, ed accreſcendoſi l'Aſciſſa, l'ordinata anderà ſminuendo per gradi finche ſvaniſca affatto in E; allora una nuova ordinata naſcerà dalla parte oppoſta mutando ſucceſſivamente la direzione. Finalmente ſi arriverà alle ordinate p o, s u con direzione coſtante, che verranno a ſminuirſi in ragione reciproca duplicata delle Aſciſſe.

XIV. E' da riflettere, che il primo arco Aſintotico D E è ripulſivo; il ſecondo E F G attrattivo, e così di mano in mano finche ſi arriva all'ultimo arco Aſintotico attrattivo T p s V. Or queſti archi eſprimono le forze attrattive, che poi nelle minime diſtanze ſi mutano in ripulſive. A tre claſſi poſſon ridurſi i limiti, o confini di queſte forze. Nella prima Claſſe ſi oſſervano due ſorte di limiti; la prima è di quelli, ne i quali accreſciuta la diſtante ſi fà paſſaggio dalla forza attrattiva alla ripulſiva, e ſono i punti E, F, N: la ſeconda ove ſi paſſa dalla forza ripulſiva all'attrattiva, e ſono i punti G, L, P. Nella ſeconda Claſſe di limiti due ſpecie parimente poſſono conſiderarſi; e quando ſvaniſce l'arco attrattivo I K L; unendoſi i punti I, & L, nel qual caſo avanti, e dopo ſi avranno le forze ripulſive; e quando ſvaniſce l'arco ripulſivo L M N, unendoſi i punti L, & N, e ſi avanti, che dopo ſi avranno le forze attrattive. Finalmente la terza claſſe è ancora in due ſpecie diſtinta; e nel paſſaggio dalla forza ripulſiva all'attrattiva come in E', e dall'attrattiva alla ripulſiva, come in G', nell'altro ramo della curva: dove ſi paſſa dalla forza ripulſiva all'attrattiva; ſi chiameranno limiti di coeſio-

ſione: dove ſi paſſa dalla forza attrattiva alla ripulſiva; ſi chiameranno limiti di non coeſione. Queſte forze poi tanto maggiori ſaranno, quanto ſaranno più proſſime alla perpendicolare le curvature degli archi; e quanto più ſcoſteraſſi la curvatura dalla perpendicolare, tanto minori ſaranno le forze.

XV. Potrà da taluno richiederſi; ſe l'area Aſintotica, o ſia lo ſpazio, che giace tra l'ordinata, e l'Aſintoto, debba eſſer grande, o piccola, finita, o infinita. A queſta domanda dò agevolmente una riſpoſta aſſài sbrigata. Queſt'Area Aſintotica eſſer può grande, piccola, finita, infinita, avuto riſguardo alla qualità delle forze attrattive, e ripulſive. Lo fo vedere chiaramente con un calcolo integrale aſſài facile. Sia A a $= x$; a g $= y$; e ſia pure $x^{\frac{m}{n}} y = 1$ ſarà $y = x^{-\frac{m}{n}}$; $y\,dx$ elemento, o particella dell'area $= x^{-\frac{m}{n}}\,dx$; il di cui integrale $\frac{n}{n-m}\,x^{\frac{n-m}{n}}$, aggiunta la coſtante A, per eſſere, come abbiamo ſuppoſto $y = x^{-\frac{m}{n}}$, ſarà $\frac{n}{n-m}\,x\,y + A$. Poichè l'area comincia in A, dove le Aſciſſe hanno la loro origine; ſe $n-m$ ſarà di valore poſitivo, e conſeguentemente n maggiore di m, l'area ſarà finita, ed il valore di $A = o$; e di più ſtarà l'area al rettangolo A a g, come n ad $n-m$. Ora potendo eſſere a g e più grande, e più piccola, potrà pure eſſere il rettangolo riſpettivamente di qualunque grandezza: potrà in conſeguenza ancora l'area eſſere ora grande, ed ora piccola a proporzione. Ma ſe ſi daſſe il caſo, che $n = m$, ſicchè il diviſore diveniſſe eguale a o, e molto più ſe m foſſe maggiore di n: allora infinito ſarà il valore dell'area; e queſto dovrà accadere ogni qualvolta le ordinate creſcono in ragione reciproca ſemplice, o in ragione maggiore.

XVI. Egli è dovere, che a meglio ſpiegare la noſtra curva, un'altra proprietà io ne rilevi, la quale ſpecialmente è di uſo, quando le aree vanno all'infinito. I rami Aſintotici oltre i due da me già deſcritti poſſono eſſere ancora molti altri. Sia nella *Fig. 6.* la Cicloide continua A C D E F &c. formata dal punto di un Circolo ſulla retta A B, la quale in infinito prodotta ſia. Egli è evidente, che in tale Ipoteſi la Cicloide in infiniti punti s'incontrerà colla medeſima retta. Si tiri perciò a piacere l'ordinata P Q, la quale ſi allunghi in R in modo tale, che P R ſia terza proporzionale dopo P Q, e un'altra retta data; in queſta ſuppoſizione il punto R apparterrà ad una curva continua, che avrà altrettanti rami M N O, V X Y &c., quanti ſono gli archi Cicloidali, e ciaſcun ramo avrà propagini, e branche Aſintotiche; imperciocchè nella Cicloide oſſervata, l'ordinata P Q in accoſtandoſi ai punti E, G, I ſminuiſce oltre qualunque limite; per lo contrario creſce oltre ogni limite la P R. Lo ſteſſo può accadere alla curva Boſcovichiana; con queſto divario però,

che

che gli archi Asintotici non si ritroveranno tutti sopra l'asse ; ma sopra, e sotto a vicenda. Così pure gli altri archi esser potranno maggiori, e minori, e ancora di maggiore, e minor numero. Finalmente non è necessario, che la curva abbia sempre principio da un'arco ripulsivo ; ma potrà averlo ancora da un' attrattivo ; lo che dipende dalle diverse forze, che avranno i punti della materia ; purchè però cominci sempre con un'arco Asintotico, e con un' altro si compisca. Questa grande fecondità di archi diversi, che possono concepirsi in questa curva ; fa ch'ella attissima sia ad esprimere le forze colle quali muovonsi in Cielo in tanti svariati giri le Comete, ed i Pianeti ; nel qual caso conservandosi solo sensibilmente dalla gravità generale la legge della forza reciprocamente proporzionale al quadrato delle distanze, la nostra curva non terminerà affatto nella branca Asintotica T p s V, ma tornerà di bel nuovo a segar l'asse, e rivolgersi intorno ad esso.

XVII. Parecchie cose, oltre le da me riportate, sarebbono qùi da spiegarsi, e degne di tutta la riflessione intorno alla curva, che dal nome del Chiarissimo Autore detta viene Boscovichiana : ma poichè la materia è sì vasta, che non può in un breve Ragionamento comprendersi giustamente, e la mia poca sperienza nelle Matematiche nozioni non mi permette l'entrar tanto a dentro : lascerò, che chiunque vago sia di averne più distinta notizia alle Opere ricorra del P. Boscovich per me più volte citate. Quindi, per più speditamente i vantaggi, che dalla nostra curva son derivati, mettere sotto degli occhi, prendo a mostrare in qual maniera debbono secondo quella muoversi i punti della materia. Siano tre punti A, C, B nella *Fig.* 7., e la distanza fra A, e B sia per mezzo divisa in D. Tirata la linea D C ; si prenda la sua terza parte D E. Si muovano poi questi trè punti, con forza composta di qualunque projezione, o di forze mutue ; non può negarsi che il punto E dovrà o star fermo, o muoversi direttamente con moto uniforme. Ella è questa conseguenza certissima di un Teorema già dimostrato, che *il Centro di gravità è quel punto, per il quale se si tiri un piano : la somma delle distanze de' punti, che giacciono da una parte, è eguale alla somma de' punti, che sono dall'altra*. Cerchisi adesso con quali forze debba muoversi il punto C. Ecco in qual foggia debbe farsi l'operazione. Nell' asse C' C della curva Boscovichiana, *Fig.* 5. prendo due Ascisse eguali alle rette A C, B C, ed innalzate le ordinate corrispondenti osservo alcune combinazioni, che ne nasceranno. In primo luogo potranno ambedue le ordinate essere dalla parte attrattiva, ed in tal caso prenderò C L, C K eguali verso A, e B. Potranno in secondo luogo essere ambedue dalla parte ripulsiva ; prenderò dunque C N, C M alle parti opposte di A, e B. Inoltre può darsi il caso, che la pri-

ma

ma sia attrattiva, e l'altra ripulsiva, e dovrò prendere C L verso A, e C M alla parte opposta a B. Finalmente se la prima è ripulsiva, e la seconda attrattiva, prenderò C N alla parte opposta di A, e C K verso B. Compito il Parallelogrammo; vedo che questo mi darà quattro altri Parallelogrammi minori per i quattro diversi casi già esposti, cioè L C K F, M C N H, L C M I, N C K G, i cui rispettivi diametri esprimeranno la direzione, e la grandezza della forza composta, colla quale il punto C sarà costretto al moto dagli altri due, A, B. E' ben vero però, che solo il quarto caso aver può luogo; essendo impossibili i primi, ne' quali si arriverebbe finalmente a toccare l'Asintoto.

XVIII. Che se si prendano ad arbitrio due luoghi qualunque dei punti A, B, a' quali debba riferirsi il terzo C, mi sarà facile per il già detto formare l'operazione. Tirerò la retta D E C indefinita. Da qualunque punto di questa potrò alzare una perpendicolare, ed eguale a quel diametro, il quale nel primo caso sarebbe F C, e si avrà allora una curva, che esprime la forza assoluta. Ma l'operazione mi riuscirà ancora più esatta, se mi prevarrò di due curve; una delle quali esprima la forza ridotta alla direzione D C col mezzo del perpendicolo F O; e tale è la C O; l'altra poi esprima la forza perpendicolare O F. In questa guisa avrò le direzioni della forza assoluta da quelle composta per mezzo di due ordinate. Egli è però vero, che per la prima curva, se C O stasse verso D, mi converrebbe prenderla dalle parti di C D, oppure dalle opposte, se C O stasse dalla parte opposta; per la seconda poi similmente dalla parte di C D, o dall'opposta, se O F stà piuttosto dalla sua parte, o dall'opposta. Così si avranno due diverse curve, che esprimeranno diverse leggi di forze; e potrebbe ancora coll'ajuto dell'Algebra un luogo Geometrico ritrovarsi, che tutte queste leggi insieme esprimesse: come poi possa venirsene a capo; troppo è a me malagevole lo spiegarlo, e però volentieri lo tralascio, potendo, chi vuole rendersene soddisfatto, e alla Fisica ricorrere del P. Boscovich, dove nelle note alla seconda parte il metodo se ne propuone.

XIX. Non è qui mio pensiero scandagliare tutte le forze, che in un corpo possono ritrovarsi: agevole ciò sarebbe, quando a noi fossero note tutte le posizioni delle diverse minime parti, che lo compongono: ma conciossiacosachè in soli tre punti di materia possono ritrovarsi tante, e tanto diverse combinazioni; quante mai ne saranno possibili in un corpo? Non lascio contuttociò di osservare, che nella combinazione di tre soli punti oltre la forza determinatrice C F, o C N; si deve avere ancora risguardo alla forza, che agisce nel lato C I, o C G; essendo questo di uso grandissimo a spiegare i fenomeni de i corpi solidi. E per darne un qualche esempio,

che a molte cose spiegare giovevol sia; prendo trè masse, che agiscano scambievolmente nella *Fig.* 8. A i loro centri A, B, C dirette sieno le forze mutue. La forza del punto C dall'una, e dall'altra parte attrattiva sarà C e composta dalle due C V, e C d; C Z sarà la di lui ripulsiva dall'una, e dall'altra parte, composta pure dalle due C Y, C a. La prima forza taglia per mezzo l'angolo A B C; l'altra l'opposto per la punta a C Y. Dalla forza C V attrattiva verso B, e C Y ripulsiva da A, nascerà C X; e parimente nascerà C b dalla forza C d attrattiva verso A, e dalla C a ripulsiva da B, che tagliano in mezzo gli angoli esterni in C. Dovendo poi le attrazioni B P, ed A G corrispondere alla prima forza C e; corrisponderanno ancora colle mutue attrazioni B N, ed A E le forze B O, A F, o colle ripulsioni A I, B R le forze A H, B Q; e sì le prime, che le seconde staranno alla medesima parte di A B; inoltre ambedue entreranno nel triangolo andando verso di esso, oppure ambedue anderanno fuori di esso, tendendo alle parti opposte alla direzione C T rispetto ad A B. Allo stesso modo nella forza ripulsiva C Z corrispondendo le ripulsioni B T, A L, che colle ripulsioni A I, B R formano A K, B S, e colle attrazioni A E, B N formano A D, B M; sì le due prime, che le ultime stanno verso la medesima parte rispetto ad A B; ed ambedue le direzioni allungate dalla parte posteriore entrano nel triangolo, avendo per altro di mira le parti a quello contrarie, o vanno fuori di quello dall'una, e dall'altra parte verso le parti opposte alla direzione C Z rispetto pure ad A B. Avendosi poi C X espsota dalle due C V, C Y; allora corrisponderanno B P, A L, e se la prima si congiunge con B N, si averà B O, che entra nel Triangolo; se si congiunge con B R, si averà B Q, che cade fuori del Triangolo non meno, che la stessa C X. Ma la seconda A L si congiungerà con A I, e si averà A K, che tirata avanti alla parte di A entrerà nel Triangolo nella stessa maniera colla forza C b; e si congiunge con A F, che entra nel Triangolo, o con B S, che prodotta verso B stà pure nel Triangolo; sicchè sempre qualche direzione entra nel Triangolo. Lo stesso debbe dirsi de i punti A, B; in questi accadendo lo stesso, che in C.

XX. Da tutto quello, che abbiamo fin quì diviſato, molte sono le conseguenze, che s'inferiscono. Le direzioni di tutte trè le forze composte allungate dall'una, e dall'altra parte passano per il medesimo punto. Nella *Fig.* 9. La forza appartenente a C sia tale, che entri nel Triangolo, e le altre due H A, B Q tendano in D. Affermo, che anche la forza appartenente a C è diretta a D. Lo negate? mi è agevole il dimostrarlo. C V, C d siano le forze componenti, e sia tirata C D; allora, se si tiri V T parallela a C A, che s'incontri in T con C D; e parimente si congiunga T d; reste-

r.

rà formato il parallelogrammo C d T V, perche T V è eguale a C d. Queſta eguaglianza appariſce chiara dalla ragione di C V a C d, la quale è compoſta dalle intermedie, di C V a B P, di B P a P Q, di P Q, o B R ad A I, di A I, o H G a C d. Queſte ragioni provengono parte dall'azione, e reazione eguale delle Maſſe, parte dalla ragione del ſeno P Q R, o A B D al ſeno P B Q, o C B D, e anche dalla ragione di A a B: finalmente dal ſeno H A G, o C A D al ſeno G H A, o B A D, e dalla ragione di C ad A. Le ragioni, nelle quali ſtanno le maſſe, compongono la ragione di B in A in C alla ragione di C in B in A, cioè di uno ad uno. Sicchè reſta la ragione del ſeno A B D nel ſeno C A D al ſeno C B D nel ſeno B A D, e ponendo in luogo de i ſeni A B D, C A D le loro proporzionali A D, e B D, e in luogo degli altri due i loro eguali per Trigonometria $\frac{ACD \text{ in } CD}{AD}$, e $\frac{BCD \text{ in } CD}{BD}$; ſi avrà la ragione di ACD, CTV (eguali per le parallele T V, e C A) al ſeno B C D, o V C T, cioè C V ad V T; è dunque V T eguale a C d, e la forza appartenente a C avrà la direzione, che paſſa per D. In oltre ſe il punto D ſtarà dentro il Triangolo, tutte le forze inſieme o tendono allo ſteſſo punto, o vanno alle parti ad eſſo oppoſte; ſe poi ſtà fuori del Triangolo; quelle due forze, le cui direzioni non entrano nel Triangolo, vanno verſo quel punto; ma la terza, la cui direzione entra nel Triangolo, và alle parti oppoſte. E così queſto, come altri Teoremi, che poſſono dedurſi dal fin quì detto, non ſolo chiaramente ſi manifeſtano per la Dimoſtrazione già fatta; ma ancora per quanto il noſtro Autore delle Trasformazioni de' luoghi Geometrici al fine delle ſue Sezioni Coniche ci fa ſapere. Oſſervo ſoltanto, che il lungo mio ragionare sù tal materia apre un largo campo di far vedere come nella noſtra Teoria ſpieghinſi aſſai facilmente molti aſtruſi Teoremi della Meccanica, e dell'Aſtronomia. Imperocchè in gran parte di quà dipende il determinare il centro dell'equilibrio, e quanto ſi appartiene alla leva, alla bilancia, i centri di oſcillazione, ed altre coſe parecchie anche alla preſſione de i fluidi appartenenti. Dalle quali coſe può anche farſi il paſſo alla conſiderazione delle forze, che ſono nei Pianeti, e nelle Fiſſe, ed a qualunque altra coſa, che di gravità ſia dotata; e che io per non abuſarmi dell'altrui ſofferenza paſſo di buona voglia ſotto ſilenzio.

XXI. La ſpiegazione della curva Boſcovichiana, e delle ſue proprietà fa da per ſe ſteſſa ſvanire ogni difficoltà, che contro le forze ripulſive ſi poſſa opporre. Niuno perciò mi ſtia a dire, che ammeſſe queſte forze non ſi avrebbono più le ſenſazioni, che il fuoco non abbrugierebbe, e ſimili altre coſe, le quali alcun ſeguace dell'antica Filoſofia voglia mettere in campo. Imperciocchè per avere le ſenſazioni è ſufficiente, ſe ſi venga al contatto Fiſico; nel quale per

mezzo delle forze ripulsive si propagano quelle alla sede dell'anima, ove poi formansi le percezioni nello stesso modo, come se il corpo avesse l'estensione continua; e così del pari abbrugierebbe il fuoco colla forza medesima giunto alle minime distanze dando moto alle parti della materia combustibile; e lo stesso in qualunque altro caso risponderei, che mi fosse objettato. Molto meno possono qui farsi avanti i Cartesiani a riflettere, che togliendo via il contatto Matematico, e reale; toglies ancora tutta la Meccanica, facoltà, non che utile, assai necessaria, ed alla Fisica, e a molte Professioni necessarissime al vivere umano. Ma, per dire il vero, chi tale difficoltà proponga, mostra egli bene di essere nella Fisica poco esperto. Non abbiam forse la gravità comune a tutti i corpi, ed altre forze pure ammesse da chicchessia, che agiscono perpetuamente senza bisogno di contatto, e senza pregiudizio della Meccanica? e le saranno poi di pregiudizio le forze ripulsive? Si dirà, che niuna forza agisce in distanza, e tutto si vuol ripetere, ciocchè da i Peripatetici pur si fa, dall'eterea sostanza, e dagli effluvj, delle quali cose tutto il mondo si vuol ripieno? Oltre che senza ragione alcuna, che dell'etere l'esistenza ci manifesti alcun poco, debbe ammettersi una sostanza dotata, contro le leggi universali, di proprietà assai diverse da quelle, che a tutti gli altri corpi comuni sono; come potrà, domando io, spiegarsi, se tutto è pieno, il moto de i corpi, e molto più il moto delle particelle dell'aria, e le diverse vicende de' corpi celesti, con quel di più, per cui tale sostanza eterea dal Leibnizio, dal Newton, dal Boscovich, e da tanti altri erronea vien dimostrata, e del tutto falsa?

XXII. Ma tempo è oramai, che stabilita una parte sì principale della Teoria Boscovichiana; ne deduca una conseguenza, che pur legittima ne discende; ed è, che i corpi composti sono di punti privi di estensione, indivisibili, e separati l'uno dall'altro per ispazj piccolissimi, e pure divisibili all'infinito, come ho già da prima accennato. Prima però di ciò intraprendere a dimostrare; cosa convenientissima a me sembra per non camminare all'oscuro, dare un'idea del punto inesteso, & indivisibile. E primieramente un idea negativa facilmente ne formerò negando l'estensione continua ad un corpo in quella guisa appunto, che l'idea abbiamo del forame negando l'esistenza della materia, che nel luogo del forame è mancante. Ne punto manca l'idea positiva, che agevolmente si acquista colle nozioni Geometriche, e quel che è più mirabile, colla stessa estensione continua: Si concepisca un piano lungo per esempio due palmi; e concepiscasi eziandio tagliato per mezzo in modo però, che le parti non siano separate di luogo. Quel taglio sarà il limite della parte destra, e sinistra lungo altrettanto quanto la latitudine del piano, pri-

vo

vo però di larghezza, passandosi subito dall'una all'altra parte con moto continuo; lo che non seguirebbe, se la sezione avesse qualche larghezza, essendo in tal caso non contigue le parti. Tale sezione è un limite in larghezza inesteso, ed indivisibile. Fo adesso un'altro taglio trasverso, e come suol dirsi, in croce; questo taglio sarà allo stesso modo lungo, ma non largo, e in conseguenza in larghezza inesteso, ed indivisibile. Si osservi ora attentamente l'intersezione di questi due tagli nella superficie del piano; e si vedrà chiaramente, ch'ella è priva d'estensione per ogni parte. Or come le due sezioni ci danno l'idea della linea; così del pari l'intersezione delle due sezioni ci dà l'idea del punto inesteso, ed indivisibile; anzi, e quelle son vere linee, e questa è vero punto; e si quelle, che queste, trasportandosi il piano, si muoveranno, e col moto loro descriveranno, questo una linea senza larghezza, e quelle una superficie.

XXIII. Può darsene un'idea ancor più chiara. Si tagli perciò questo medesimo piano con una sezione parallela ad una delle due già fatte di tal maniera, che tralle due parallele sezioni non resti distanza alcuna. Vorrei sapere; quest'altra sezione o lascerà una striscia di materia tra l'una e l'altra sezione, ed in tal caso la seconda sezione non sarà contigua alla prima, nè con quella si toccherà; resterà dunque qualche distanza contro l'Ipotesi fatta: o pure combacerà colla prima, ed insieme si compenetrerà, o per meglio dire, questa seconda sezione sarà affatto immaginaria. Si faccia ora lo stesso nella sezione trasversa: è troppo evidente che l'intersezione di queste due seconde sezioni, sarà non meno immaginaria, che le sezioni medesime. Ne viene dunque di legittima conseguenza, che il punto non solo è quello, che non ha parti, ed è indivisibile, conforme alla definizione di Euclide; ma ancora viene ad essere manifesto, che è cosa affatto impossibile, che due, tre, e quanti più si vogliano punti, atti siano, quando si pongano contigui l'uno all'altro, a formare l'estensione continua: dovendo necessariamente, o tra un punto, e l'altro frammettersi spazio, o accadere la compenetrazione de' punti stessi. Nè vale punto il ricorrere a i rispetti diversi, che possono considerarsi sì nelle sezioni, che nella loro intersezione, o sia nel punto. Imperciocchè io ben convengo, che abbiano i loro rispetti estrinseci, o, che allo stesso riducesi, risguardino i punti Cardinali di Occidente, di Levante, di Settentrione, di Mezzogiorno; ma ciò non basta per avere due sezioni, e due intersezioni contigue: vi si richieggono di più i rispetti intrinseci, cioè è necessario che vi sia parte che guardi l'Oriente, altra l'Occidente, e così del resto, e questo come può aversi senza le parti? Potrebbe forse taluno rinfacciarmi, che io qui parlo d'un punto immaginario, qual'è il Geometrico; nò, per verità; io parlo del punto Fisico, parlo d'un punto di materia, di

BIBLIOTECA REALE VITTORIO EMANUELE

di un punto, che ha proprietà reali, come lo sono la forza d' inerzia, e le forze attrattive, e ripulsive: e di questo punto ho preteso appunto formar l'idea nelle sezioni, e nella interfezione delle sezioni; poichè per me il punto della materia altro non è che un limite indivisibile dello spazio precedente, e del susseguente.

XXIV. Vedo, che da quanto ho avanzato, saranno molti da maraviglia sorpresi; ma non è questa la prima volta, che da me è stato avvertito, doversi nelle materie Fisiche aver riguardo non alla fantasia, o a' pregiudizj del volgo, ma alla ragione. Evidente cosa ella è, che se i corpi composti sono di punti inestesi, ed indivisibili non possono fare estensione continua; se questi non siano di tal maniera locati, che tra l'uno, e l'altro di essi qualche spazio vi sia di mezzo; e ciò per la natura del punto di già spiegata. Ma non è meno evidente cosa a chi comprende le conseguenze della nostra Teoria; che il corpo non può esser composto, che di punti di materia indivisibili, ed inestesi. Che debbano essere indivisibili, lo mostrano le forze ripulsive, che se nelle minime distanze impediscono che si venga al contatto; molto più debbono impedire per parità di ragione il contatto stesso nelle particelle componenti una mole anche infinitesima di qualunque ordin si voglia. Che debbano essere inestesi, facilmente si dimostra. O l'estensione di questi punti indivisibili è tale, che convenga a i punti, ancorchè parti non abbiano; o pure ammette parti, ma naturalmente, o anche soprannaturalmente inseparabili, o, che è lo stesso, prive delle forze ripulsive. Se dicasi la prima cosa, confesso ingenuamente, che non intendo come un punto, che stà in questo sito determinato, possa occupare luogo maggiore di quel, che occupa; anzi come possa occupare il sito ch'egli occupa senza parti, che corrispondano alle parti dello spazio, il quale è certamente divisibile all'infinito; neppure intendo; come nello spazio da questo tal punto occupato possano parimente più, e più punti collocarsi. E non son' io quel solo, che questa misteriosa mutazione de' punti non comprenda; ma molti ancora savissimi uomini, e di purgatissimo giudizio dotati, mossi specialmente dall' argomento dell'induzione, la qual c' insegna continuamente l'opposto, protestano apertamente di non capirla, e falsa la tengono, e insussistente. Che se poi vogliansi ammettere parti inseparabili naturalmente, o anche soprannaturalmente; io mi dichiaro, che non potendo determinare se tali parti siano possibili anzi che nò, soltanto affermo, che niun motivo assai sufficiente potrà trovarsi di asserire, che dansi nella natura. E certamente; se le forze ripulsive debbonsi ammettere nelle particelle composte benche minime; non sò vedere, perche non abbia da esser lo stesso delle parti, che le compongono.

XXV. Tanto per verità sufficiente sarebbe a provare l'assunto mio;

mio; ma io voglio per più far conoscere il vantaggio di chi ammette punti inestesi, ed indivisibili, altre ragioni qui brevemente apportarne. E certamente non è egli forse un gran vantaggio il trarsi fuori da quella intralciata, e non mai schiarita quistione, se nell' estensione continua finito debba dirsi il numero delle parti, o pure infinito? Se i Zenonisti urtano a passo passo in due scogli insuperabili, quali sono la compenetrazione de' punti, e la diversità del moto negli animali; non hanno ancora gli Aristotelici, e i Matematici con che dibattersi senza profitto nell'esistenza dell'infinito dimostrato in più guise impossibile? Noi dando allo spazio la divisibilità in infinito, e alla materia una quantità determinata di punti non abbiamo di che temere da alcuna parte. Egli è pur cosa chiara, che nella sentenza, in cui si difendono contigue l'una all'altra le particelle, può sminuir all'infinito la densità de' Corpi, specialmente se di quelle si definisca infinito il numero; ma però non può accrescersi se non fino ad un limite determinato. Imperciocchè le particelle possono dividersi all' infinito, e collocarsi così divise in spazj distanti; dimodochè essendo gli spazj intermedj divisibili ancor' essi all' infinito potrà crescere il volume oltre qualunque ragione data: Per lo contrario arrivate tutte le particelle al contatto non potrà certamente accrescersi la densità. Nella nostra Teoria, e può la densità sminuirsi oltre ogni limite allargando lo spazio, che stà di mezzo fra i punti; e potrà crescere in infinito, sminuendo oltre ogni limite gli spazj stessi. Finalmente ammesso il vacuo almeno disseminato, come adesso si asserisce comunemente, si avrebbe pure qualche specie di salto nelle sentenze dalla nostra diverse, perche passandosi dal vacuo ad una particella di materia, si farebbe immediatamente passaggio da nessuna densità, qual'è nel vacuo, a somma densità qual si trova in quella particella, senza che cresca, o sminuisca per gradi la densità. Nella nostra sentenza ogni continuo è vacuo, e si passa da un vacuo all'altro per il semplice passaggio di un punto. Questo punto di materia occupa un solo punto di spazio, che è limite indivisibile de i due spazj vacui, e in questo punto il mobile non si trattiene, ma con moto continuo passa avanti.

XXVI. Abbiam veduto in parlando dell'esclusione del contatto matematico, che possono aversi egualmente sensazioni, o che diasi questo contatto, o che si escluda. L'impressione per esempio fatta nella retina, o come altri vogliono nella Coroide per mezzo delle forze ripulsive, muove egualmente le fibre de' nervi, per mezzo delle quali si fa un impression simile nel cervello; come poi l'anima, e senta, e conosca non dee da me qui trattarsi, essendo a me comune con tutti la difficoltà di spiegarlo. Dirò soltanto, che per essere il corpo di punti inestesi, e separati formato, non per questo vien

vien tolta all'anima la facoltà di muoverlo a ſuo piacére. O ch'ella ſia diſteſa per tutto il corpo, e ritroviſi, non che nei punti di materia, ancor negli ſpazj, che formano eziandio la mole del corpo medeſimo; o ſia in una parte di ſpazio; o ſia finalmente in un ſolo punto di materia: per noi ſempre ſarà lo ſteſſo. S'ella è in tutti i punti di materia, e per lo ſpazio diſteſa; chiariſſima coſa è, che per mezzo delle forze ripulſive, turbato un punto, potrà muovere il corpo quanto vorrà: ſe poi ſtà in un punto ſolo, o in un ſolo ſpazietto, le forze medeſime faranno, ch'ella poſſa ottenere il ſuo intento. Sicchè ſe per queſto capo non è la noſtra Teoria ſuperiore alle altre, non è per altro ad alcuna di eſſe inferiore.

XXVII. E poichè ſono entrato a parlar dell'anima; piacemi quì brevemente diſciogliere una difficoltà, che ha certamente dell'apparenza. Quelle forze ripulſive, che noi doniamo a' punti della materia, ſiano del pari concedute agli ſpiriti; ancora in queſti dovranno accadere i Fenomeni ſteſſi, che ne' corpi veggiamo: oltre di che tolta l'eſtenſione continua al corpo, viene a toglierſi la di lui eſtenza; o ſe non altro, ſe ne perde affatto l'idea. Ecco come riſpondo: ancorche agli ſpiriti ſi attribuiſſero le forze ripulſive, non per queſto tolta ſarebbe ogni differenza tra queſti, e i corpi; converrebbe provare ancora, che l'impenetrabilità, e la ſenſibilità, che da tali forze dipendono, poſſano unirſi colla facoltà di penſare, e di volere, onde dalla materia vien contradiſtinto lo ſpirito. Se queſto foſſe poſſibile; avuto riſguardo a quanto c'inſegnano le oſſervazioni, la rifleſſione, e la ragion naturale, ſoſtanza di queſta fatta non ſaria nè corpo, nè ſpirito, ma una terza ſoſtanza differente dal corpo per la facoltà di penſare, e volere, e dallo ſpirito per tali leggi di forze. Del rimanente non è l'eſtenſione il vero diſtintivo tra i corpi, e lo ſpirito, nè punto l'idea dell'eſtenſione è neceſſaria per avere l'idea del corpo. La materia diſtinguesi dallo ſpirito perch'ella è ſenſibile, perch'ella non penſa, e non vuole; per lo contrario lo ſpirito non è ſenſibile, e penſa, e vuole. La ſenſibilità non ha il ſuo principio dall'eſtenſione continua, ma dalla impenetrabilità, che per noi ſpiegaſi a maraviglia colle forze ripulſive. E' vero che queſte forze fanno che poi i punti della materia formino l'eſtenſione; non però l'eſtenſione continua, e matematica; ma ſoltanto la Fiſica, e l'apparente, che ſola è ſufficiente ad avere una certa idea del corpo.

XXVIII. Quanto ſi è da me fin'ora intorno alla Boſcovichiana Teoria diviſato, come ne moſtra la conneſſione delle parti: così egualmente ne fa vedere quella ſemplicità, che da più eſperti Filoſofi è giudicata una delle più belle doti della natura. Or queſta medeſima ſemplicità ci obbliga ad aggiugnere, che queſti punti ineſteſi, ed indiviſibili ſono ancora omogenei. E certamente non v'è alcuna ra-

ragione, che ad affermare il contrario poſſa sforzarci. Gli elementi della materia per eſſere eterogenei dovrebbono avere qualche differenza o di grandezza, o di figura, o di forze. Differenza di grandezza eſſer non può certamente in punti indiviſibili, ed ineſteſi, e che ſono ſoltanto termini dell'eſtenſione. Le forze ſono tutte eſpreſſe dalla medeſima curva, come abbiamo lungamente oſſervato. Anzi la ſteſſa induzione ci manifeſta queſta ſomiglianza di forze; mentre vediamo tutti i corpi eſſere egualmente impenetrabili, ed egualmente gravi in ragione delle lor maſſe, come da più eſperienze fatte, ricavarono un Galileo, un Newton, ed altri molti. Nè creda taluno, che di punti omogenei impoſſibile ſia formare tanti diverſi corpi, e tante diverſe ſoſtanze, quante dalle ſole chimiche operazioni ſe ne ritraggono; che anzi io voglio moſtrare, che tali punti ſono ſufficientiſſimi. Dimoſtra l'Aritmetica, che da piccolo numero di parti benchè ſimili, e non ridotte all'indiviſibile, ed ineſteſo poſſono averſi combinazioni quaſi infinite, e fra di loro diverſe. Un ſolo punto può muoverſi per infinite direzioni, quanti raggi dal centro ſi poſſono applicare alla ſuperficie di una sfera: ſe noi dunque prendiamo le diverſe combinazioni, che poſſono riſultare da dieci, da cento, da mille punti colle loro direzioni diverſe, ritroveremo un numero eccеſſivo, e ineſprimibile. E poi dubiteremo, che da tali combinazioni aver non ſi poſſano anche infiniti corpi per così dire, diſſimili di grandezza, di figura, di durezza, e di qualſiſia qualità, che poſſano imaginarſi; non che ſianſi per virtù dell'Arte Chimica ritrovati?

XXIX. La trasformazione de' corpi è una di quelle coſe, che più merita l'attenzione di chi va in traccia de' ſegreti della natura. Se ponghiamo un corpo ſolido in qualche determinato liquore, non oſſerviam noi tutto giorno diſcioglierſi quel mutuo vincolo, che connetteva le particelle, e queſte ſeparate muoverſi confuſamente, indi formare altri piccoli corpicciuoli molto diſſimili? così l'oro poſto nell'acqua regia, e liquefatto, ſicchè più non ſi riconoſca quel deſso, col ſolo ſale comune frammiſchiato precipita al fondo: così il piombo da foco ardente diſciolto, così il vetro, così tanti altri corpi e ſi diſciolgono, e ſi precipitano, e ſi trasformano. E' un bel vedere in tali circoſtanze, alcune particelle accoſtarſi le une alle altre; ed alcune altre ſcambievolmente diſcoſtarſi; quelle ſcorrere ſvariatamente, e queſte ravvolgerſi in giro, e mille, e mille diverſe forme rappreſentare, ſe altra materia con quelle s' immerga. Che ſe due corpi duri della ſteſſa natura, poichè ſono inſieme diſciolti, laſcinſi fermentare finchè imputridiſcano, ſi vedranno ancora le medeſime maſſe nuovamente indurite, altra figura veſtire, altro odore ſpirare, e rappreſentare una natura del tutto oppoſta. Or mi ſi dica qual

sia quel sistema, per cui nella sentenza dell' estensione continua possano tali Fenomeni spiegarsi felicemente? Ma per lo contrario in rimirando tante, dirò così, attrazioni, e ripulsioni delle particelle, che si disciolgono, si precipitano, si fermentano, non salta subito all' occhio il vantaggio sopra dell' altre, per cui la Teoria nostra ben si distingue? Per noi tutti i corpi composti sono di punti omogenei, tra i quali si frammettono spazj divisibili in infinito; se dunque si sciolgano le piccolissime masse da loro composte; comincieranno ad agire a gara or le forze ripulsive, or le attrattive; si averanno sempre diverse, e molto dissimili combinazioni, nè potranno mai al primo esser loro ritornare, se non ritornino i punti alla medesima posizione, che prima avevano. Così tutti gli esperimenti della Chimica, non che abbattere la nostra Teoria grandemente la confermano.

XXX. Dunque, dirà taluno, potranno per noi aversi le tanto celebrate trasformazioni d'argento, o d'altro metallo nell'oro, e di qualunque corpo in un'altro qualsisia. Potrà trovarsi quel *Lapis Philosophorum*, che ha stancate le mani, e l'ingegno di tanti uomini determinati, e ridotte al nulla tante ricchezze indarno per sì grand' opra impiegate. Sì veramente, tutto questo è possibile; anzi secondo i nostri principj è possibile ad evidenza; purchè però tali determinate combinazioni quali si richiedono, siano in nostra mano. Ma di ciò chi ne assicura? tra infinite, e poi infinite diverse combinazioni tutte possibili, come non sarà infinitamente improbabile, che quella sola risulti, che si ricerca; quando in soli novanta numeri, ne' quali raggirasi il sì esercitato giuoco del Lotto non può mai aversi sicurezza, che sortisca un Terno determinato? Distillisi, e lambicchisi un corpo quanto si vuole; molte, e molte materie a caso ne sono venute, e se adesso riescono tali quali, ciò nasce dalle osservazioni, per le quali abbiamo appreso a formare le combinazioni più facili: da queste però non debbe dedursi la conseguenza, che altre più difficili operazioni, ancorchè talvolta per fortuna accadessero, possano poi con qualche studio ottenersi, quando si vuole. Ma già mi accorgo dalla spiegazione della Teoria Boscovichiana, dalla difesa de' suoi principj, e dalla sodezza delle sue conseguenze essere insensibilmente passato all'applicazione di quella alla Fisica. E avvegnachè assai lungamente mi sia intrattenuto in questa prima Parte, se non quanto la materia lo richiedeva, tanto però, ed ancor più di quel che portavano le forze mie, stimo bene prendere qualche riposo, e all'altra parte tutto ciò riserbare, che la nostra Teoria rende commendatissima, per la semplice, e felice spiegazione, che a molti Fisici problemi, benchè assai fin'ora intralciati, si possan dare; quando i da me proposti principj mettansi in opera.

PAR-

PARTE SECONDA.

XXXI. Entre intraprendo a dimoſtrare, in qual maniera la Teoria Boſcovichiana corriſponda ai Fenomeni della natura; io ben m'accorgo che vengo ad ingolfarmi in un mare così ámpio, e periglioſo, che troppo malagevole mi ſarà lo ſcamparne felicemente. Quindi a ſchivare, quanto per me ſi può un così gran riſchio, prenderò a fare, come quei più accorti nocchieri, che dovendo navigare sù fragil barca, vanno, dirò così, terra terra, or in queſto porto fermandoſi, ed ora in quello ſenza ingolfarſi nell'alto mare. Prenderò dunque ad eſaminare alcuni dei Fenomeni più ſpeciali, che nelle altre Teorie o poco, o infelicemente ſi ſpiegano; e alcuni di quegli ancora, che dagli altri aſſai giuſtamente ſpiegati credonſi nella noſtra Teoria impoſſibili a porre in chiaro. Gli altri, che innumerabili ci ſi preſentano a' ſenſi di giorno in giorno, o ſi eſpongono in ogni ſentenza allo ſteſſo modo, o verranno da me ſchiariti nelle quiſtioni, che al mio Ragionamento congiunte ſono, o finalmente benchè da me paſſati ſotto ſilenzio, non però faranno sì, che perda punto di luſtro, il belliſſimo ritrovamento del P. Boſcovich; facile eſſendo a chicchеſſia, da quel poco ch'io ſono per dirne, formare un retto giudizio del rimanente. E ſenza più allungarmi in preamboli, così immediatamente mi fo a proſeguire l'incominciato diſcorſo.

XXXII. L'impenetrabilità ella è ſenza dubbio la prima, ed univerſale proprietà de' Corpi, da cui le altre tutte, come da principale radice hanno l'origin loro. Or queſta proprietà medeſima goduta è pure dalla materia a cagione delle forze ripulſive, le quali nelle minime diſtanze creſcendo all' infinito, capaci ſono non tanto

di estinguere qualunque velocità; quanto, impedendo il contatto di un punto coll'altro, di escludere ad evidenza la compenetrazione de' corpi. Siccome poi queste forze possono superarsi da una forza soprannaturale; così può spiegarsi, come la compenetrazione per miracolo possa accadere, e come per miracolo similmente abbiano talvolta avuta i corpi umani il dono di sottigliezza, e l'abbiano eternamente i corpi glorificati. Imperciocchè la divina virtù le forze ripulsive togliendo, che fra i punti di materia spazio in infinito divisibile frammettono, può ridurre qualunque numero di punti in sito piccolissimo di tal maniera, che, come assai chiaramente dimostrasi dal P. Boscovich, potria tutta la gran macchina del mondo ad angustissimo spazio ristrignersi. Così dilucidata l'impenetrabilità de' corpi, si osserva da i naturalisti, che tutti non sono egualmente duri; ma altri solidi sono, ed altri molli, benchè tutti egualmente impenetrabili; anzi neppure tutti sono della stessa solidità, o dell'istessa, mi sia permesso il dire, mollezza. Tali diversità vado io discifrando a poco a poco. Siano due punti collocati fra di loro in tal distanza, che resti in mezzo fra le distanze dei due Asintoti; ella è cosa certa, che non potranno con alcuna forza finita, o con alcuna velocità acquistare distanza minore di quel che sia la distanza dell'Asintoto di sotto, o maggiore di quel che sia la distanza dell'Asintoto di sopra; sicchè non potranno que' punti in modo alcuno mutare la lor distanza. Si concepisca quindi in un piano una serie continua di quadrati, che abbiano queste distanze per lati, e in ciascun' angolo di essi pongasi qualunque numero di punti, i quali vengano a formare come un velo indissolubile, che possa per altro piegarsi per ogni verso, come anticamente facevasi de' volumi. Il corpo in questo caso dirassi molle. Duro, e solido poi sarà; se si concepisca una serie continua di cubi, e in ciascun' angolo di quelli pongansi dei punti, o delle masse di punti: oppure se si pongano in Triangolo trè punti di materia, e sopra di essa s'innalzi una piramide regolare di tal fatta, che i punti stiano fra gli Asintoti; nel quale ultimo caso il corpo non che duro, sarebbe durissimo, non potendosi i punti muovere per veruna parte.

XXXIII. Mutandosi le combinazioni, e concependo altre figure, nelle quali trovinsi i punti diversamente disposti; si avranno le diverse qualità de' corpi; si averanno i più, e meno duri, più, e meno molli, i rigidi, i pieghevoli, e così de' rimanenti. Per avere un'idea di questo; basta considerare un globo di ferro, allorchè passa per un piano, che sia intersiato di diversi pezzi di calamita di gran forza dotati, nel passaggio questo globo, quando con poca forza sia spinto, dovrà fermarsi; ma se la forza, che lo spinge, quella superi, con che l'attrae la calamita, passerà avanti la sua velocità ap-

pe-

pena mutando; e se i pezzi della calamita ineguali saranno, vedrassi scorrere or con maggiore, or con minore velocità. Una simil cosa appunto addiviene nelle diverse combinazioni de' punti. Se saranno con gran forza congiunti, il corpo sarà duro; se la forza sarà or maggiore, ed or minore, sarà un misto di duro, e molle; se piccola sarà la forza, egli sarà molle, ed atto nella collisione a mutare agevolmente la sua figura. Si faccia però riflessione, che nella nostra Teoria non è possibile un corpo perfettamente molle, nè perfettamente duro. Dovrebbe il molle ad ogni minima pressione mutare figura, e privo essere d'ogni elasticità; ficchè nella collisione fatta perpendicolarmente, nel luogo stesso dovria rimanere; nella collisione obliquamente fatta dovria muoversi secondo la direzione del piano. Il duro poi niuna sorte di compressione potria ricevere, nè darebbe alcun segno di elasticità, e nella collisione qualunque siasi, seguiterebbe a muoversi secondo la direzione del piano, in cui si fa la compressione. Così pure il corpo perfettamente elastico dovendo dopo la compressione riacquistare la sua figura colla medesima velocità colla quale è stato compresso, dovrebbe nella perpendicolare collisione per lo stesso perpendicolo restituirsi, e nell' obliqua tolti gl'impedimenti della resistenza dell'aria, della gravità, della scabrosità del piano formare l'angolo d'incidenza eguale a quello di riflessione. Ma oltrechè nella nostra Teoria piano perfetto non è possibile, supposti gli spazj, che ne' punti frappongonsi; gli spazj medesimi, che secondo le diverse forze comprimenti possono sminuirsi all' infinito, fanno chiaramente vedere, che corpo perfettamente duro, e perfettamente elastico non si dà nella natura, e per le forze ripulsive, che sempre agiscono, neppure il corpo perfettamente molle. Questa proprietà in perfetto grado non c'insegna con alcun certo Fenomeno l'esperienza; onde è a noi libero tenere ciocchè vogliamo.

XXXIV. Nelle altre forze, le quali nella natura troviamo, o siano d' inerzia, o forze motrici, o centrifughe con noi perfettamente si accordano le leggi Newtoniane con questo solo divario, che dove i Newtoniani pongono in uso la divisibilità in infinito delle parti componenti: da noi si sostituisce l'accrescimento della densità in infinito. La rifrazione pure de' corpi quando si passa da un mezzo più denso ad un più raro, e da un più raro ad un più denso, conserva, come nella Teoria Newtoniana, la medesima legge, che nel primo caso accostasi al perpendicolo, e nel secondo se ne discosta. Solo nella nostra Teoria non ha punto luogo la celebre quistione delle forze vive, nella quale tanto hanno battagliato quindi un Mairan, e un Pietro de Martino, e quinci la celebre Madama du Chatelet, e il P. Vincenzo Riccati con molti altri o per l'una, o per l'al-

l'altra parte impegnatiſſimi. Noi diciamo, che quando ſi comprime l'Elaſtro non ſi eſtingue la prima forza, ma naſce una nuova forza ripulſiva. Se il globo A per modo di eſempio abbia la ſua velocità eguale a 2, ed urti direttamente in B che ſtia fermo; quando i globi ſieno duri, dopo la colliſione, ambedue ſi muoveranno con un grado di velocità. Se ſolo il globo B è elaſtico; queſto ſi muoverà con due gradi di velocità uno communicato da A, l'altro dall' Elaterio per la forza ripulſiva. Che ſe ambedue ſono elaſtici; il globo B ſoltanto ſi muoverà con due gradi di velocità, come ſi è detto nel precedente caſo; e il globo A reſterà fermo, eſſendo diſtrutto dalla ripulſione quel ſolo grado di velocità, che gli reſtava. In queſto eſempio ſi ſcorge chiaro, che ciò che gli altri fanno colla riſoluzione delle forze, noi lo facciamo componendole; colla quale operazione reſta inutile, come io dicea, la quiſtione delle forze vive. E quì mi ſi apre il campo di ſpiegare un Fenomeno, che da altri ripeteſi dalle forze vive. Sia un vaſo pieno di acqua, o di altro liquore, che abbia ben grande la ſuperficie al di ſopra, e vada poſcia ſtrignendoſi ſinche la baſe ſia molto minore; egli gravita ſul piano appunto come ſe tutti gli ſtrati ſuperiori eguali foſſero di perimetro. Imperciocchè il punto di mezzo della ſuperiore ſuperficie ha forza ripulſiva, ed attrattiva eguale, a tutte le altre forze de' punti della medeſima ſuperficie preſe inſieme; onde naſce per legittima conſeguenza, che queſto punto agiſce egualmente, che tutti gli altri preſi inſieme; lo ſteſſo dee dirſi d'ogni punto di mezzo d'ogni altro ſtrato: dunque anche il punto di mezzo dell' ultima ſuperficie graviterà egualmente, che negli altri ſtrati i punti di mezzo, come ſe tutti gli ſtrati foſſero della ſteſſa eſtenſione. Tutto queſto ſi fonda nella celebre legge Newtoniana, che l'azione è contraria alla riazione, che da noi ammetteſi, come da ogni altro Filoſofo, che le leggi Newtoniane riceva. Solo nella noſtra Teoria non potrà nel noſtro globo Terreſtre averſi mai perfetta quiete; ma un moto dirò così perpetuo, perche ſempre ſe ne averà qualcheduno. Il noſtro globo è un'aggregato di punti, che non ſolo agiſcono fra di ſe, ma ancora in tutto il globo; onde al muoverſi d'una paglia, qualche moto ha da naſcere, che a tutto il reſto dia moto benchè affatto inſenſibile.

XXXV. Perche poi i noſtri punti ſempre ſtanno fra di ſe ſeparati con qualche ſpazio; ragion vuole, che io quì brevemente ragioni dello ſpazio, e del ſuo correlativo, che è il tempo. Egli è preſſo di me evidente, che sì per quelli, che ammettono lo ſpazio aſſoluto nella ſua reale natura continuo, eterno, ed immenſo; sì ancora per quelli, che co' Leibniziani, e Carteſiani ſoſtengono, lo ſpazio altro non eſſere, che l'ordine fra di ſe delle coſe, debbeſi

beſi ancora ammettere alcun modo reale di eſiſtere, per il quale la coſa ſia, dov'ella è, ed allor quando ella è. Chiamiſi queſto modo comunque ſi voglia, purch'egli non ſia un puro niente; egli deve però eſſer mutabile alla mutazione del corpo, e in qualche modo da noi conoſcerſi. Queſti due modi di eſiſtere certamente reali, uno al luogo, e l'altro reſpettivo al tempo io dico, che debbonſi ammettere, e quello locale ſi chiamerà, queſto temporaneo: ſicchè ciaſcun punto abbia il modo reale di eſiſtere dov'egli è, e un'altro parimente reale di eſiſtere nel momento, in cui egli è. La di loro poſſibilità è correlativamente lo ſpazio vacuo, e il tempo, per così dire, vacuo ancor'egli, ambedue immaginarj. Comecchè per ſeſteſſo è evidente, che queſti modi reali sì di ſpazio, che di tempo ſi compenetrano colla materia, ſono conſeguentemente ineſteſi, indiviſibili, e nel loro ordine immutabili, luoghi, e tempi reali di ſe ſteſſi, punti reali di luogo, punti reali di tempo, e anche momenti di tempo. Siccome ciocchè paſſa tra due di queſti punti reali, ſiano di luogo, ſiano di tempo, è la poſſibilità di altri infiniti punti reali; così ſecondo la noſtra Teoria lo ſpazio, e il tempo ſono in queſto ſenſo diviſibili all'infinito; e non mai ſarà, che i punti reali vengano al contatto. L'apertura del compaſſo chiudaſi per metà, indi la metà della metà, e così di mano in mano, neppure dopo mille volte il compaſſo perfettamente reſterà chiuſo, ma potrà ſempre chiuderſi la metà di quel, che reſta. Queſto, che ci moſtra lo ſpazio all'infinito diviſibile, moſtra egualmente la ſteſſa verità quanto al tempo: perche dividendoſi l'ora per metà quanto ſi vuole, mai potrem giugnere al termine, come chiaramente vien dimoſtrato da una Progreſſione Geometrica decreſcente.

XXXVI. E qual dunque diverſità potrem noi diviſare tra 'l tempo, e lo ſpazio? Grandiſsima. Imperciocchè dove lo ſpazio egli è diſteſo per lunghezza, larghezza, e profondità: Il tempo non ha altra eſtenſione, che in lunghezza di tempo, o ſia per ſervirmi di una parola, che non può meglio eſprimere, quel che intendo, in diuturnità. Contuttociò i punti reali di ſpazio, ed i momenti del tempo ſono un certo principio, dal quale col loro moto l'eſtenſioni s'intendono generate. Egli è vero, che noi non abbiamo immediatamente per mezzo de' ſenſi cognizione alcuna di queſti modi reali di eſiſtere; nè gli uni ſi poſſono dagli altri diſcernere. Pure dalla diverſità dell'idee, che per i ſenſi eccitanſi nel noſtro animo, conoſciamo la determinata relazione sì delle diſtanze, che della poſizione originate da queſti due modi di eſiſtere. Può naſcere ancora la ſteſſa idea da infiniti numeri di modi, o punti reali di due luoghi, che indicano la relazione di eguali diſtanze, e di ſimili poſizioni sì fra di ſe; sì ancora fra gli organi del noſtro corpo, e fra il

no-

noſtro, e gli altri corpi, che ci ſtanno d'intorno. Egli è manifeſto, che due punti di materia, i quali abbiano la data diſtanza, e la data poſizione; hanno ancora due determinati modi di eſiſtere, e poſſono altrove avere per altri due modi di eſiſtenza, relazione di egual diſtanza, e di poſizione ſimile, cioè di diſtanze parallele, che pure eſiſtono. Se quei punti, e noi, e i corpi, che ci circondano, muteranno i luoghi reali talmente, che rimangano eguali tutte le diſtanze, e le parallele di prima; avremo ſempre le ſteſſe idee; come di fatto le abbiamo; ſe le grandezze, che rimangono, mutino ad angoli eguali le loro direzioni, e ſiano fra ſeſteſſe egualmente inchinate. Se poi ſi mutaſſero tutte le diſtanze degli angoli, che rimangono, e rimaneſſe ancor la ragione, che hanno ſcambievolmente le ſteſſe diſtanze, non però ſi cambierebbono le forze, o quella linea curva, le cui ordinate eſprimono le forze medeſime, e ſimilmente non ſarebbe nell'animo noſtro alcuna mutazione d'idea. Laonde, ſe le ſtanze, in cui ſtiamo, e tutto quel che è intorno di campi, e di monti con alcun moto comune della terra ſi ravvolgeſſero; queſto moto non ſarebbe per niun conto a noi ſenſibile; perche le idee ſarebbono ſenſibilmente le ſteſſe: così potrebbe il mondo tutto a noi cognito di giorno in giorno alternativamente ſtrignerſi, ed allargarſi, riſtrette, ed allungate proporzionatamente le forze; ſenza che ſi faceſſe mutazione nelle idee.

XXXVII. Dopo queſta breve digreſſione, certamente neceſſaria, sì per quello che da me ſi è detto nella prima Parte, e nella preſente, sì per ciò, che reſtami a dire; mi ſo a proſeguire l'incominciato lavoro. La forza di coeſione vien da noi collocata in que' limiti, nei quali ſi paſſa nelle minime diſtanze dalla forza attrattiva alla ripulſiva, e nelle maggiori dalla ripulſiva all'attrattiva; dandoſi in queſto caſo la coeſione, ſicchè nè la ripulſione impediſca la diminuzione delle diſtanze, nè l'attrazione l'accreſcimento. Per mezzo di molti punti diſpoſti in tali limiti come in bilancia può averſi la coeſione delle parti; e può averſi ancora dove le forze ſi elidono. Ne propongo un'eſempio. Siano nella *Fig.* 10. trè punti A, E, B diſpoſti in modo che le diſtanze de' limiti di coeſione ſiano le diſtanze A B, A E, B E, e ſiano eguali A E, B E. Intorno ad A, e B preſi per fuochi ſia deſcritta l'Ellifſe in modo, che paſſi per E, e l'aſſe Traſverſo ſia F O, il Conjugato E H, il centro D. Di più il ſemiaſſe traſverſo D O, o pure B E, ed A E diſtanze date, ſia eguale ad A N nella *Fig.* 5. ma ſia D B minore, che l'ampiezza degli archi proſſimi L N, N P parimente nella *Fig.* 5., in cui ſiano ancora eguali gli archi N M, N O, ſicchè eguali ſiano ancora le ordinate *u y*, *z s* equidiſtanti da N. Se il Punto di materia ſtia in E, non avrà alcuna forza, perche A E, e B E ſono eguali alla diſtanza A N del limite N nella *Fig.* 5,

Fig. 5, e lo ſteſſo ſarebbe, ſe il punto foſſe collocato in H. Ma dico ancora, che le forze ſtaranno in equilibrio, ſe il punto ſtia in O. Prendiamo nella ſteſſa *Fig. 5* A *z*, A *u* eguali a B O, A O; ſaranno N *z*, N *u* eguali a D B, D A della *Fig.* 10, e fra di ſe eguali: dunque ſaranno le di lui forze *z t*, *u y*, che avendo direzione oppoſta ſi elideranno; e pur lo ſteſſo ſeguirà, ſe il punto ſtia in F. Se poi ſi ponga quel punto in qualunque punto C del Perimetro; eſſendo proprietà dell'Elliſſe, che le due A C, C B preſe inſieme eguali ſono all'Aſſe traſverſo, tanto ſarà A C più lunga di D O, quanto ſarà più piccola C B; e però ſe nella *Fig. 5.* ſaranno A *u*, A *z* eguali ad A C, C B, ſaranno ancora eguali *u y*, *z t*. Dunque l'attrazione C L ſarà eguale alla ripulſione C M, e fatto il rombo L I M C, l'inclinazione I C taglierà per mezzo l'angolo L C M, e prodotta l'inclinazione in P, e Q, l'angolo A C P, o L C I ſarà eguale a B C Q oppoſto per la punta all'angolo I C M; e ſecondo la nota proprietà dell'Elliſſe della tangente riſpetto al Foco, P Q ſarà tangente. Sicchè la forza del punto C ſarà diretta ſecondo la tangente, o ſecondo la direzione dell'arco Ellittico. Lo ſteſſo, ma al contrario può dimoſtrarſi nel rombo K C G N per i limiti di non coeſione.

XXXVIII. La noſtra curva nelle ſue interſezioni coll'aſſe eſprime il numero delle diſtanze di due punti, che poſſono averſi: purchè, ſe tal numero foſſe diſpari, gli ſi aggiunga una unità; e ſi divida per due; e in queſto modo poſſono averſi ancora tutte le qualità della coeſione. La ragione ſi è; perche quando da quel primo arco Aſintotico eſprimente le forze ripulſive, e l'impenetrabilità, ſi paſſa al primo arco attrattivo, è limite di coeſione; gli altri poi alternativamente ſono limiti di non coeſione, e di coeſione: ſe il numero delle interſezioni è pari, la metà ſono limiti di coeſione; ſe egli è diſpari ſi aggiunga uno, e la metà ſaranno pure di coeſione. Perche poi la curva può avere qualunque numero d'interſezioni, così potrà averſi qualunque numero di diſtanze differenti; ſi averanno ancora conſeguentemente diverſiſſime coeſioni per i diverſi limiti, or validiſſimi, or languidiſſimi, or più e meno validi, e languidi, a miſura che la curva taglierà l'aſſe più preſſo al perpendicolo, o più lungi da eſſo: poichè nel primo caſo quando maggiori ſiano le diſtanze, ſaranno gagliardiſſime le forze attrattive, quando ſiano minori, le repulſive: ed il contrario ſuccederà nel ſecondo caſo: ſicchè potrà ancora accadere, che ne' limiti più lontani alcune forze ſiano più languide, altre più valide, e lo ſteſſo potrà ſuccedere ne' più vicini. La ragione ſi è perche la coeſione nulla dipende dalla denſità; e può eſſere maggiore, e minore la coeſione, o che il corpo ſiaſi più denſo, o ch'egli ſiaſi più raro.

XXXIX. Quello, che di due punti abbiam detto; debbe molto

più intendersi delle masse di tanti punti composte. Solo può domandarsi, onde addivenga, che dopo una veemente coesione un corpo si rompa, e pur riunendosi le particelle egli non ritorni alla primiera figura. A tal proposta, la risposta non è punto difficoltosa. Abbiam già veduto, che non v'è corpo, il quale non abbia la superficie scabrosa alquanto: or nel frangersi di un corpo molte delle particelle, che stavano nelle prominenze andando di là da i limiti, ove si tenevano unite, acquistano tal forza di ripulsione, che l'accesso impedisce a quegli stessi limiti, ne' quali prima dimoravano. A misura però, che i corpi sono meno scabrosi, e più resistono alla divisione, e meno resistono al congiungimento; quando però si distacchino le parti con moto perpendicolare. Ciò si vede apertamente in due marmi ben levigati, i quali col solo accostarli si unisconо insieme, ma se si stacchino con moto perpendicolare, non senza molta difficoltà si separano; facile soltanto è separarli con moto parallelo. E questo appunto accade, perche nel moto parallelo le particelle lontane da i margini stanno in equilibrio, e solo si sentono le attrazioni delle particelle marginali, che accrescono le distanze de' limiti, essendo sempre la ripulsione di quà dal limite di coesione, e di là l'attrazione: laddove nel moto perpendicolare debbe vincersi la resistenza di tutte insieme le particelle. Questa dottrina della coesione chiaramente ancora ne spiega quanto appartiene alla distrazione, e alla composizione delle fibre, tutto accadendo per la mutazione delle forze di attrattive in ripulsive, e di ripulsive in attrattive, dalle distanze, e dal numero ancora dei punti inestesi, ed indivisibili. Per esempio se a un globo di fragil vetro un duro corpo si sovrapponga, e molto grave; quello si rompe, perche la tessitura e disposizione delle particelle è facile a mutarsi si per se stessa, si ancora per la forza più gagliarda, che ritrovasi nel corpo duro. Con che pure si fa manifesto il vantaggio della nostra Teoria sopra delle altre; mentre ammessa la continua estensione saria possibile, che tutto il mondo, mentre verso una parte determinata fosse spinto dalla gravità, fosse sostenuto da un piccolo globo, purch' egli fosse solidissimo, la quale asserzione iperbolica è ben lungi da noi, che tal massima solidità abbiam negata. Del rimanente a me non fa di mestiero mettere in chiaro tutti i Fenomeni della Coesione, che tutti discendono per se stessi, o dal già detto, o dalle infinite combinazioni possibili de' nostri punti; essendo tutto in quanto al modo dello spiegare, conforme a quello, che ne hanno detto un Musschenbroek, un Newton, uno s' Gravesande, e quanti altri della moderna Fisica sperimentale hanno trattato.

XL. Ma tempo è oramai, che lasciate da banda alcune altre proprietà universali, finalmente io dia luogo, prima di discendere

ad

ad alcune qualità particolari, alla più celebre a' giorni noſtri, voglio dire alla Gravità, da me, perciocchè molte notizie richiede, quà riſerbata. Convengo, ſotto la ſcorta del P. Boſcovich, ch' ella altro non ſia, che una univerſale attrazione, ch'ella vada creſcendo in ragione reciproca duplicata delle diſtanze; purche non iſtendaſi anche alle minime diſtanze queſta notiſſima legge, mentre vogliamo, che in queſto caſo l'attrazione decreſcendo per gradi cangiſi in ripulſione. Anzi diciam di più, che nelle maggiori diſtanze, qual' è la diſtanza del noſtro corpo da una parte grandiſſima della Terra, e degli Aſelj delle più lontane Comete una tal legge non ſi conſerva accuratiſſima; conſervaſi bensì aſſai proſſimamente. Nella noſtra Teoria eſpreſſa viene la Gravità dall' ultimo arco Aſintotico della curva Boſcovichiana. Vero è però, che può concepirſi accuratamente la Gravità eſteſa colla medeſima legge a qualunque diſtanza per un' altra curva, in cui ſi riſolveſſe la legge delle forze dalla noſtra rappreſentate; ma queſta non farebbe, che una bella immaginazione affatto ſuperflua, baſtando la noſtra curva ad eſprimere, quanto conviene, che confervaſi quella legge quaſi accuratamente. Queſta gravità generale ammeſſa; reſta a vedere qual ne ſia il centro. I Newtoniani vogliono, che ſia quello, nel quale ſi dà l'equilibrio. Noi diciamo lo ſteſſo, ma lo ſpieghiamo più chiaramente dicendo, che il centro di gravità è quel punto, per il quale ſe tiriſi un piano, la ſomma delle diſtanze de' punti da una parte è eguale alla ſomma delle diſtanze de' punti dall'altra parte. La Gravità non è lo ſteſſo, che 'l peſo. Quella è direttamente come la maſſa, nella quale agiſce, reciprocamente come il quadrato della diſtanza. Queſto è ſolamente, come la maſſa, che gravita. Ma tutto queſto, ſiccome ciocchè a' corpi gravi appartiene, non accade, che io ponga in viſta, non diſcoſtandoci noi da ciò, che il Galileo, l'Hugenio, ed altri molti inſegnarono.

XLI. In alcune coſe per altro totalmente io non mi accordo. Non mi aggrada la riſoluzione della gravità, quando un corpo diſcende per un piano inclinato. Diſcenda un globo nella *Fig.* 11. obliquamente per il piano inclinato C D; la gravità ſecondo i Newtoniani rappreſentata da B O, ſi riſolve in B R perpendicolare al piano, colla quale preme lo ſteſſo piano, che ſoſtiene il globo, ed in B I parallela al medeſimo piano, la quale accelera la diſceſa. Noi diciamo per lo contrario, che la gravità ſforza, e coſtringe il globo ad accoſtarſi ſempre più al piano, finchè la diſtanza diventi tale, che comincino ad agire le forze ripulſive, e quella, che agiſce in B ſia tale; che compoſta con B O ci dia B I parallela al piano, e però non porta un' acceſſo ulteriore, e di più che queſta forza medeſima ſia perpendicolare al piano; e tale è la B E poſta nella

ſteſſa direzione con R B, e ad eſſa eguale, dovendo eſſere parallela, ed eguale ad O I. La forza eguale, ed oppoſta a B E, è la B R, che fa forza col piano, e lo ſpinge. Similmente quanto a me piace la comune opinione del Newton nella Meccanica celeſte, ne' moti de' Pianeti, e delle Comete, nelle perturbazioni di Giove, e di Saturno, nelle aberrazioni della Luna, nell' Eſto marino, nella figura della Terra, e in più altre coſe; altrettanto mi diſpiace nella immobilità delle ſtelle fiſſe. Alcuni la ſtabilirono, perche vollero il mondo infinito, dal quale foſſero attratte egualmente per ogni parte. Altri per la immenſa diſtanza, che paſſa tra eſſe, e noi, dicendo che il moto oriundo dalla Gravità, neppure dopo molti ſecoli, è in quelle ſenſibile: nè sò condannarli; ſe ſi concepiſcano le fiſſe eguali al noſtro Sole, e ſimili almeno in ragione della luce, che ſpargono poco diverſa dalla ragione delle maſſe; giacchè e la forza è proporzionale alle ſteſſe maſſe, e sì la forza, che la luce ſcemano in ragione reciproca duplicata delle diſtanze. Sarà dunque la forza della gravità del noſtro Solare ſiſtema in tutte le ſtelle alla forza della noſtra gravità nel Sole, la quale è molto minore della forza de' corpi gravi nella terra: come è tutta la luce a noi dalle Stelle fiſſe mandata a quella, che riceviamo dal Sole, cioè in genere di luce, in ragione della notte al giorno. La qual coſa, ſe ben ſi riflette, dimoſtra, che piccoliſſimo ſia il moto, che in tanti anni ſiaſi potuto nelle fiſſe conſiderare, e ſe tutte le ſtelle ſtaſſero verſo la medeſima parte, quel moto riſpetto all'enorme diſtanza, ſarebbe un niente.

XLII. Contuttociò, ſe la gravità generale ſi accreſceſſe all' infinito con quella medeſima legge, e col medeſimo arco Aſintotico, non ſolo queſto noſtro ſolare ſiſtema, ma tutta ancora la materia corporea da quello ſtato ſi ritirerebbe ſempre, nel quale è ſtata creata; e tutta la materia dovrebbe coll'andare de' ſecoli unirſi inſieme in una difformiſſima maſſa; quando la gravità delle Fiſſe con alcun' obliquo curvilineo moto fra ſe ſcambievolmente non ſi elideſſe. Ma nella noſtra Teoria noi ſtiamo affatto al coperto da queſta univerſale rovina. Quell'ultimo arco della noſtra curva, che ſpiega la Gravità, dopo che ſarà ritornato alle maggiori diſtanze, ancorchè ſiano delle Comete, che quantunque appartenenti al Solare ſiſtema, non pertanto, hanno una grandiſſima diſtanza dal Sole; incomincia ad allontanarſi dall' Iperbola, di bel nuovo taglia l'aſſe, e intorno ad eſſo ravvolgeſi. Ella è queſta una ſuppoſizione, nella quale tutto l'aggregato delle ſtelle fiſſe al Sole ſarebbe una ſola particella di ordine ſuperiore a quelle, che queſto ſteſſo ſiſtema compongono, e apparterrebbe ad un ſiſtema ſommamente maggiore: potrebbono ancora darſi molti altri ordini di ſimili particelle, e tali particelle potrebbono eziandio eſſere fra di loro ſeparate talmente; che l'una

foſ-

foſſe impedita di andare all'altra a cagione di più archi aſintotici, de i quali in ſpiegando la curva, abbiam già favellato ampiamente nella prima Parte. Così ogni pericolo del totale roverſciamento del Mondo ſarebbe tolto agevolmente. Potrei quì ſenza dubbio, ciocchè del ſiſtema delle Fiſſe tanti eccellenti Aſtronomi hanno giudicato, alcuna coſa ragionare. Potrei moſtrare, che quelle ſono a guiſa di tanti Soli, intorno a i quali altri primarj Pianeti ſi aggirano, come Giove, Saturno, Marte, e gli altri tutti intorno al noſtro Sole. Potrei in qualche modo accennare, a che uſo ſiano deſtinate, e perchè altre molte ve ne ſiano all'occhio nudo inviſibili. Ma tal materia non eſſendo alla noſtra Teoria appartenente, giudico bene paſſarla ſotto ſilenzio.

XLIII. Che dirò poi di quella tanto decantata legge di Gravità, che l'azione eguale ſia, e contraria alla riazione? Ella è per me una legge fondatiſſima, e tale, che nella noſtra Teoria ha tutto il luogo, come a volta a volta ſi è in molti luoghi del mio Ragionamento potuto ſcorgere facilmente. Sicchè non creda taluno, che mentre una nuova Teoria mettiamo in viſta, abbiam preſo di mira ad abbattere la Filoſofia Newtoniana; che anzi pretendiamo di averla più confermata, e ſtabilita. Che le forze nelle minime diſtanze di attrattive ſi cangino in ripulſive, non è ella forſe una ſcoperta fatta nell'oſſervare la luce dal celebratiſſimo Newton, e apertamente inſegnata nella ſua Ottica? I ritrovamenti di queſto dottiſſimo, ed acutiſſimo ingegno ſono ſtati da altri Autori graviſſimi portati anche più avanti, di quel che egli moſtraſſe; ſi aſcriverà a noſtro biaſimo, che la legge da Lui additataci nella Luce, ſia da noi a tutti i punti traſportata della materia? Tolto queſto ſolo, e ciò, che da queſto neceſſariamente dipende; ancor noi dall'attrazione univerſale ripetiamo l'Eſto marino allor più grande quando il Sole, e la Luna ſtanno riſpetto a noi preſſo al perpendicolo; ancor noi tutto ciò riceviamo, che intorno a queſto hanno oſſervato, o i dotti Accademici di Parigi, o il Chiariſſimo Signor Daniello Bernoulli, o il celebre Leonardo Eulero, o l'eruditiſſimo M. de Mac-Laurin, e tanti altri illuſtri ornamenti del ſecol noſtro: ancor noi conveniamo, che per tutta la Terra una perfettiſſima quiete non ſi può avere. Sarà il moto inſenſibile, eſſendo l'attrazione in ragione delle maſſe; ma pure ancor traſportandoſi una moſca da un luogo all'altro, mentre la terra attrae la moſca, ed è da queſta ſcambievolmente attratta, alcuna minima oſcillazione nelle particelle della gran maſſa debbeſi cagionare.

XLIV. Sento io quì rampognarmi da più d'uno; quaſi che con queſta dirò così, mia ultima dicerla, abbia voluto liberarmi dall'applicare ai caſi particolari la legge della curva Boſcovichiana. E come,

me, sento ripetermi, come si spiegano con questa curva, e la diversità degli Elementi, e il loro numero, le loro qualità particolari? Nò, rispondo, non mi ritiro dal preso impegno. Dico in generale, che i quattro come volgarmente appellansi Elementi, altro non sono, che corpi o solidi, o fluidi composti di punti inestesi, omogenei, indivisibili, diversamente disposti. Discendendo quindi al particolare; dico che la Terra è un corpo solido composto di particelle fra di loro con molta forza congiunte, rese anche più solide dall'olio, dalle ceneri, e da altre particelle agevoli a trasformarsi, ed indurirsi. Dico, che l'acqua è un fluido liquido, il quale, se si comprima, non ha sensibile elasticità, benchè per altro dagli esperimenti pretendesi di ricavarne qualche segno. Sostiene contuttociò, ed esercita una grandissima ripulsione nelle sue particelle. Imperciocchè ella deve sostenere la pressione della forza, che le stà sopra, al di sotto, e all'intorno, e ancora del suo stesso peso, senza sensibile mutazione delle distanze. Così sbrigato da' due primi Elementi, passò a trattenermi alcun tempo negli altri due, de i quali non poco avrò a ragionare.

XLV. L'aria ella è un corpo fluido, ed elastico, e che molto probabilmente è composta di particelle di diverse figure, e moli diverse. Ella ha una celebre qualità, la quale vien proposta dall' Hales nella sua statica de' Vegetabili. Ella è al parere di questo Autore, altra volatile, ed altra fissà. Quando gode della elasticità, e la esercita, dicesi volatile; è tale è appunto quella, che respiriamo. Quando l'ha perduta del tutto, o ne ha l'esercizio impedito, dicesi fissà. Questa seconda proprietà scoprilla il nostro Autore in più esperimenti. Imperciocchè, come riferisce egli medesimo al Capo sesto della Statica sopra lodata, da mezzo pollice cubico di salnitro distillato con calce di ossa ne ricavò novanta diti cubichi di aria, che uguagliavano più dell' ottava parte di tutto il peso: da una pietra grande tre quarti di un pollice cubico, ed estratta dalla vessica di un'uomo, cinquecento sedici pollici cubichi di aria furono tolti, che alla metà del peso giugnevano: da un pollice cubico di grani di piselli, ne uscirono 396. pollici d'aria, che formavano la terza parte del peso. Lo stesso egli trovò in più altre materie da esso prese a disaminare; e ne dedusse, che quando l'aria si fissà, e perde il moto, allor si distrugge; al contrario si produce, quando si rende volatile. Un Fenomeno sì rinomato forse in niuna Teoria meglio si spiega, che nella nostra: se nelle minime distanze talmente si attraggano i punti, che in alcuni limiti determinati le attrazioni mutinsi in ripulsioni, siccome nella prima Parte intorno alle trasformazioni abbiam veduto. Questo non è punto un mistero. Egli può con rigore Geometrico dimostrarsi; Primo, che la somma delle for-

forze, che da una piccola mole ſi eſercita contro dell'altra, e che ſia nata dalla ſomma di tutte le forze, che ſcambievolmente hanno i punti fra di ſe, ridotta ad una direzione determinata, può, variata la diſpoſizione de' punti talmente variarſi: che ſe prevalga la ſomma delle ripulſioni, reſtando da parte di queſte contrapeſate le attrattive, due piccole moli ſi ſcaccino ſcambievolmente; e, ſe prevalga la ſomma delle attrattive, ſi attraggano. Secondo; che può accadere, che alcune piccole moli di figura ſferica, e di ſimile teſſitura non abbiano alcuna forza, che le ſpinga per fianco, e mantenendo la ſteſſa diſtanza libere ſiano a rivolgerſi intorno a ſe ſteſſe; altre per lo contrario eſſendo ſpinte con tali forze per fianco, che da una determinata poſizione fra di loro ſenza gran forza non poſſano ſepararſi.

XLVI. Queſti due Teoremi aprono un largo campo di ſchiarire il queſito. Se le particelle dell'aria libere ſono a ſcorrere intorno a ſe, e ſolo eſercitino la ripulſione, di cui godono, benchè molto accreſciuta ſia la diſtanza; in tal caſo, queſta ſarà volatile. Ma, ſe quelle particelle d'aria avranno in certe determinate poſizioni delle lor facce forze determinate, e ſpinte ſaranno per fianco, allora l'aria ſarà fiſſa. Quindi, ſe pure è poſſibile, che l'aria poſſa perdere tutta la ſua elaſticità; queſto potrà addivenire, quando quelle particelle, che con ſforzo grandiſſimo prima ſi riſpignevano; ſminuite per forza eſterna le diſtanze, arrivino a certi limiti tra la maſſima attrazione nelle maggiori diſtanze, e la maſſima ripulſione nelle minori; e però avranno una tal coeſione, che potranno crederſi prive affatto di elaſticità. Che ſe poi ſi frammiſchino alle particelle dell'aria, altre particelle di diverſa ſoſtanza, e di gran forza attrattiva dotate, e l'attrazione con cui tirano le particelle aeree ſia maggiore della ripulſione, che eſercitano fra di loro le piccole moli dell'aria; reſterà l'aria veramente elaſtica, ma queſta forza non potrà eſercitare. Queſta dottrina accennata dal Padre Boſcovich nella ſua Diſſertazione del Turbine può aver grande uſo in varie circoſtanze, nelle quali colla fiſſazione dell'aria facilmente ſi ſpiegano alcuni Fenomeni più ſorprendenti; ed a ſuo luogo ancor' io ſarò per prevalermene, dove de' Turbini, e dell'Elettriciſmo mi verrà il bello di ragionare.

XLVII. Reſtami adeſſo a favellare del Fuoco. Queſto è formato di particelle poſte in grandiſſima fermentazione, per la quale acquiſtano gagliardo moto. Queſte particelle altro non ſono, che ſoſtanza ſulfurea, che poi fermentata, e poſta in moto ſi accende, e fa ciò, che noi oſſerviamo nel fuoco, il riſcaldare, il riſplendere, e l'abbrugiare. Una tal verità ſi conoſce dal riflettere, che corpo privo affatto di ſolfo non prende fuoco; e quanto meno di tal materia è nel

è nel corpo, tanto il corpo più al fuoco reſiſte. Queſto è un Fenomeno, che può tutto giorno oſſervarſi in quella pietra, la quale Amianto ſi appella; perocchè di eſſà formanſi tele tali, che con fuoco moderato ſi purgano, e non ſi abbrugiano. Si conferma maggiormente il mio detto, ſe ſi conſideri, che appena accoſtato il fuoco a que' corpi, che molto hanno di ſulfureo, e bituminoſo; vengono ad accenderſi, e fermentarſi. Tale fermentazione, e tal moto inteſtino ſi fa a cagione; che le piccole moli, che prima colle forze mutue ſtavano in equilibrio; mutata di poco la diſtanza de' punti, che ogni piccola ſcintilla, e minutiſſimo raggio di luce diſturba; altre forze ſuccedono, e il moto inteſtino, e perturbato per la reciprocazione de' medeſimi punti, i quali per tutta la maſſa velociſſimamente traſcorrono: e come appunto qualora nel mare ſi getta un ſaſſo vedeſi l'acqua ravvolgerſi con un certo tremore, e perturbazione di moto; così una tenue ſcintilla in una maſſa di ſolfo caduta per avventura; tutta ſoſſopra la mette, e le fa prendere un moto gagliardiſſimo, e perturbato. Io porto bene opinione, che niun corpo ſulla terra ſi trovi, che qualche particella di ſolfo non abbia, o in ſe ſteſſo, o almeno intorno a ſe; ond'è ch'io giudico; che ogni terreſtre ſoſtanza con fuoco continuo, e veemente dovrebbe affatto diſcioglierſi. Ma ſe corpi ſi aveſſero di tal materia privi del tutto, potrebbon queſti camminar generoſi fralle fiamme più ardenti, ſenza che ne patiſſero nocumento; e tali appunto, cred'io, ſarebbono gli abitatori delle Stelle, e del Sole ſe mai vi foſſero, di che non voglio quì farmi mallevadore. Dirò ſoltanto, che la loro eſiſtenza non trova ripugnanza nella natura: mentre vediamo che le macchie Solari credute nubi del Sole da' più ſenſati non ſi ſciolgono per la forza de i raggi validiſſimi in quella piccola diſtanza, e durano per più meſi; laddove le noſtre nubi co' raggi tanto meno efficaci in pochi giorni dileguanſi, e ſi diſfanno.

XLVIII. La luce non è molto dal Fuoco diverſa. Ella è un' effluvio tenuiſſimo, e come un vapore, che ſpargeſi aſſai rarefatto per una fermentazione meno veemente; tale però, che ſe ſi addenſi alcun poco, e la fermentazione più ſi riſcaldi, diventa fuoco. Non tengo io già con l'Hugenio, che la Luce diffondaſi a guiſa d'onde. Ella è queſta un' opinione ormai ſcreditata; e tanto l'Hugenio ſteſſo; quanto altri Geometri, quando hanno intrapreſo di ſpiegare con quella i Fenomeni della luce, hanno anche avuto un' eſito infelice nelle loro eſperienze. Eccone le principali proprietà da eſſi non bene ſchiarite. Primieramente il coſtante ſpargimento della Luce, e nella ſteſſa intenſione da maſſe eguali, o ſiano queſte il Sole, e le ſtelle; o ſiano le fiamme delle candele. In ſecondo luogo, la ſmiſurata velocità, con cui ſi propaga; venendo ella

dal

dal Sole fino a noi in mezzo quarto d'ora, benchè abbia da fare il tragitto di più di ventimila Semidiametri della Terra. In terzo luogo la poca differenza di velocità ne i raggi diversi, la quale ne i raggi omogenei appena può dirsi sensibile. Quarto: La propagazione rettilinea per un mezzo diafano della medesima densità da per tutto, col restare impedita dal mezzo opaco; senza che punto i raggi sensibilmente s'impediscano gli uni gli altri, benchè abbiano diverse direzioni; nè restino turbati nel loro moto dall'incontro coll' interne parti de' corpi diafani densi quanto si voglia. Quinto: la riflessione di una parte della Luce ad angoli eguali nella mutazione del mezzo, tanto maggiore essendo la parte, che si riflette, quanto è maggiore l'obliquità. Sesto: la rifrazione, che si fa dall'altra parte nella mutazione del mezzo colla legge della ragion costante fra 'l seno dell'angolo d'incidenza, e quello dell'angolo di rifrazione: la qual legge diversa essendo in diversi raggi colorati costituisce in quelli la diversa rifrangibilità. Finalmente la dispersione di poca parte di luce, che si fa per ogni parte, allorche si riflette la luce, o si rifrange; l'alternazione delle disposizioni in qualunque raggio, or di passare più facilmente, or di rifletterſi, cogl' intervalli fra l'una, e l'altra; la diffrazione, o sia l'inflessione de i raggi presso le punte de' corpi, ed altri simili Fenomeni; i quali tutti nelle altre Teorie poco facili a ben dilucidare; m'accingo ora a brevemente mostrare quanto facilmente discendono dalla Teoria Boscovichiana.

XLIX. Quantunque le masse, che mandano gli effluvj lucidi talvolta disciolgansi totalmente, lo che accade ne' fuochi, che improvvisamente si accendono; molte volte però durano lungamente, e ancora, come accade nel Sole, restano sempre le stesse, e nel tempo dato sono sempre gli effluvj nella medesima quantità: essendo ciò una dipendenza della grandezza dell'intervallo, in cui segue l'oscillazione, della fermentazione, e della natura dell'arco attrattivo, il quale termina quell'intervallo. Nè ciò faccia maraviglia. Se Dio avesse voluto, che la massa benchè veementissimamente fermentata, e agitata, non potesse disciogliersi per alcuna finita velocità; avria potuto far ciò per altri archi asintotici con aree infinite, ne' limiti delle quali stasse la massa: che allora questa sarebbesi resa indissolubile. Dire, che il Sole tanti effluvj continuamente mandando dovria scemare finalmente; Ella è un' obbiezione da far forza soltanto, a chi non comprende qual sia la ragione della densità della Luce alla densità del Sole: questa non solo è piccolissima, ma può ancora aversi sempre minore. In un piccolo spazio, quanto sarebbe un nocciuolo può stare un numero sterminato di punti, quanti atti sono a rappresentarci la luce per mille, e mil-

mille anni, e anche per dieci, e ventimila : dall'altra parte il Sole è denſiſſimo ; anche un piccolo decremento di luce per un dito ſolo dopo un numero grandiſſimo, e appena numerabile di anni ſi renderebbe inſenſibile. Gli archi Aſintotici della noſtra curva ci hanno moſtrato il modo con cui può la maſſa lucida perſeverare lungo tempo l'iſteſſa : e gli archi ripulſivi più gagliardi ci rendono ragione dell' immenſa velocità della Luce. Poichè ſe queſti archi s'incontrino dopo l'ultimo limite dell'oſcillazione terminata da un grandiſſimo arco attrattivo, e di lì parta una piccola particella con poca, o neſſuna velocità ; il quadrato della velocità del tutto ſarà determinato dall'eccesſo di tutte le aree ripulſive ſopra le attrattive ; or queſto eccesſo potendo creſcere quanto ſi vuole, può ancora creſcere quanto ſi vuole la velocità.

L. La curva delle forze, con cui tutta la maſſa agiſce in una particella poſta di là dal termine delle oſcillazioni, dovrà mutarſi alcun poco, ſe per le oſcillazioni medeſime mutinſi alquanto i punti della maſſa : ma comecchè in una improvviſa grandiſſima agitazione di tutta la maſſa, preſtiſſimamente accadono tutte le diverſe poſizioni de' punti ; la ſomma di tutte ſarà ſenſibilmente la ſteſſa ; quando però le particelle ſiano omogenee, perche tutte queſte al fine delle oſcillazioni poco, o niente averanno di velocità ; poichè quelle, che a poco a poco aumentano la loro oſcillazione, arrivano finalmente al limite, che ritiene la maſſa, e volan via. Se poi le particelle ſaranno alquanto diverſe, l'eccesſo della ſomma delle aree ripulſive ſopra le attrattive ſarà ancor' egli alquanto diverſo : ed ecco per qual cagione è inſenſibile la diverſa velocità nelle particelle omogenee di Luce, e nell' eterogenee alquanto ſenſibile. La curva medeſima può avere un ſolo Arco Aſintotico, cioè il primo perpendicolare all'Aſſe : in tal circoſtanza ſi averà facilmente quell'apparente compenetrazione, per mezzo della quale la Luce trapaſſa i corpi diafani con propagazione rettilinea ſenza impedimento veruno, o da i corpi medeſimi, o dall' altre lucide particelle. Imperocchè eſſendo finiti i punti della materia, ed infiniti quei dello ſpazio ; egli è infinitamente improbabile, che un raggio di luce piuttoſto in un punto di materia s'incontri, che in un punto di ſpazio : e poi ſe finito è il numero de' punti di Luce, e finito il numero delle direzioni de' moti, che poſſono avere, più chiara ancora appariſce nella noſtra Teoria una proprietà così bella. Ma ſe il corpo, per il quale dovrebbe paſſar la Luce compoſto ſia di punti di materia poſti fra gli Aſintoti, reſterà la luce impedita, non potendo per una parte dar moto a' punti troppo bene coerenti del corpo opaco, e dall' altra oſtando la ripugnanza della natura alla vera compenetrazione. Paſſerà però ſempre qualche raggio, ma ſarà un paſ-

paſſaggio a' noſtri occhi affatto inſenſibile, e queſto ſeguirà dove per mancanza di maggior coeſione, potrà egli trovare paſſaggio libero.

LI. Il dotto M. Bouguer nella ſua Diſſertazione recitata nell' Accademia Reale delle Scienze a i dodici di Novembre dell' anno 1757. dice fralle altre coſe, che in una grande inclinazione del raggio, era ſtata la rifleſſione egualmente forte nell'acqua, che nel Mercurio, eſſendoſi riflettute due terze parti della luce, quando nella inclinazione perpendicolare la cinquanteſimaquinta appena ſe ne riflette. Il P. Boſcovich ne dà una ben chiara ſpiegazione nella ſua Fiſica. Quanto, egli dice, più s'inclina il raggio incidente alla ſuperficie del nuovo mezzo; tanto è minore la velocità perpendicolare: onde le forze, che agiſcono fra quei due piani, elidono più facilmente, e in più particelle tutta quella velocità perpendicolare, e determinano la rifleſſione. Ma perche in tale inclinazione non tutti ſi riflettono i raggi? Dipende queſto in primo luogo dalla teſſitura delle particelle lucide, onde naſce la diverſità coſtante di alcune proprietà, fralle quali non è men celebre la diverſa rifrangibilità de' raggi. Noi vediamo, che il medeſimo raggio nella ſteſſa inclinazione più da un corpo rifrangeſi, che da un' altro; ed ecco in ſecondo luogo, che può ancora derivare dalla diverſa natura de' corpi, che rifrangono, o riflettono. Può derivare ancora almeno in parte dalla diverſa celerità, che hanno i raggi, e in parte dalla forza diverſa; concioſſiacoſachè un raggio di diverſa rifrangibilità debbe anche avere diverſa celerità; ma pure ſe avanti dell' ingreſſo nel mezzo eguale agli altri l'aveſſe avuta, l'avrebbe ineguale dopo l'ingreſſo, ſtando la velocità precedente alla ſeguente reciprocamente come il ſeno dell'angolo d'incidenza al ſeno dell'angolo refratto; e in tal caſo ſi richiede una diverſa forza, che agiſca coſtantemente. Ma ſiccome le forze, e la loro diverſa ſomma, naſcono dalla diverſa coſtituzione delle particelle, che ſia coſtantemente diſſimile; così da queſta ricavaſi ſpecialmente la ragione del Fenomeno ricercato.

LII. E' pur di dovere, che ora io dimoſtri, eſſere il ſeno dell' angolo d'incidenza al ſeno dell'angolo rifratto in ragione coſtante. Prendaſi nella *Fig.* 12. H E coſtante, che eſprima la velocità avanti l'incidenza; H S eſprima la velocità parallela: queſta ſarà eguale alla retta P N, che eſprime la velocità parallela dopo la ritrazione; così ancora E S, O P eſprimeranno le velocita perpendicolari prima, e dopo, e i loro quadrati averanno una differenza coſtante. Perche poi H S, e P N ſono ſempre eguali, la differenza de i quadrati H E, O N ſarà eguale alla differenza de i quadrati E S, O P; dunque ſarà coſtante anco la differenza de' quadrati H E, O N.

Inoltre eſſendo coſtante H E, e coſtante in conſeguenza il ſuo quadrato, ſarà coſtante il quadrato O N, l'iſteſſa O N, e la ragione di H E ad O N, la quale è la ſteſſa colla ragione del ſeno dell'angolo d' incidenza H E S al ſeno dell' angolo rifratto N O P. Imperciocchè eſſendo in qualunque Triangolo rettangolo il raggio ad uno de' lati, come la baſe al ſeno dell'angolo oppoſto: in diverſi Triangoli rettangoli ſtanno i ſeni, come i lati oppoſti diviſi per le baſi, oppure direttamente come i lati, e reciprocamente come le baſi; e ſe i lati ſono eguali come in queſto caſo ſono H S, P N ſolo reciprocamente come le baſi. Da che ne ſegue ancora; che le velocità aſſolute avanti, e dopo ſono in ragione reciproca di que' ſeni, eſſendo tali velocità, come H E, ed O N.

LIII. Quando una particella di Luce eſce fuori dal corpo lucido, non tutti i punti, che la compongono, hanno acquiſtata eguale velocità per l'ineguale diſtanza de' punti, che li riſpingono; debbe quindi ſeguirne una certa oſcillazione, e a vicenda la contrazione, e la dilatazione, o piuttoſto allungamento della medeſima particella: conciofſiache alcuni punti andar piu preſto debbono, ed altri più tardi, e quei che ſon più veloci, ſarebbono per andare anche più avanti, ſe dalle forze ſcambievoli non foſſero ritardati. In queſte reciprocazioni ſtaranno eſercitate le particelle nel loro cammino, e appunto come ne i pendoli accade, ſi troveranno a volta a volta in due eſtreme diſpoſizioni, l'una di andare avanti con maggior velocità, l'altra di dare indietro. Chiamaſi la prima di più facil trapaſſo, la ſeconda di più facile rifleſſione; perche arrivate ad una ſuperficie le piccole particelle paſſano facilmente quelle, che trovanſi nella prima diſpoſizione; l'altre, che trovanſi nell' ultima ſi riflettono: quelle poi, che ritrovanſi in mezzo alle due diſpoſizioni, ſi riflettono, o pur trapaſſano, ſecondo che più vicine ſono ad una delle due diſpoſizioni. E' vero però, che dove l'ineguaglianza delle forze è minore, o maggiore la velocità perpendicolare, la quale deve eſtinguerſi dalla prima per avere la rifleſſione, non potranno le particelle rifletterſi, ſe non quando ſono aſſai proſsime alla diſpoſizione di più facile rifleſsione; e ſe la inegualtà ſarà maggiore, e minore la velocità perpendicolare, per la ſteſſa ragione molte meno ſe ne potranno riflettere; e queſto comunemente addivenir ſuole, quando è minore la differenza del mezzo, o maggiore l'inclinazione. E' coſa degna di oſſervazione, che nella continua piegatura della ſtrada, che fa qualſiſia particella, la quale ſtrada ora è concava da una parte, ed ora dall'altra a miſura, che prevalgono le attrazioni, o le ripulſioni del mezzo più denſo; ſi arriva finalmente alla poſizione quaſi parallela della ſuperficie dirimente, avendo già eſtinta tutta la velocità perpendicolare: queſte due co-

coſe poſſono averſi per una piccola differenza di forze, benchè queſta non muti ſenſibilmente la ſomma di tutte le azioni, che determina la totale velocità perpendicolare.

LIV. La diverſità de' colori ha la ſua naſcita dalla diverſità delle particelle, che compongono il raggio, come dimoſtra il celebre eſperimento del Priſma: onde mancando la luce, è ſvanito ogni colore. Sette diverſe ſorti ſi diſtinguono in ogni raggio, il roſſo, il color d'oro, il biondo, il verde, il ceruleo, l'indico, e il violaceo; i quali ſtanno fra di ſe come le radici cubiche de' quadrati de' numeri 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{12}$. Gli altri colori, o naſcono dalla combinazione di tutti, come il bianco, o dalla negazione di tutti, come il nero, o dalle diverſe combinazioni, che poſſono fare fra di loro. E tutto queſto ſi fa per mezzo della rifleſſione della luce ne' corpi opachi, perchè a miſura, che ſi riflettono queſte parti di luce, o tutte inſieme, o ciaſcheduna da ſe, o combinate l'une colle altre, arrivano in queſta foggia a' noſtri occhi, e cagionano la ſenſazione de' diverſi colori. Da che ne viene per conſeguenza, che tutto dipende dalla teſſitura del corpo che riflette, e dalla qualità delle particelle, o per meglio dire dalla diverſa diſpoſizione, nella quale ritrovanſi or l'una, or l'altra le particelle di più, o meno facile rifleſſione. E la ragione di queſto ſi è, perchè in diverſi raggi, debbonſi avere diverſi intervalli; giacchè tra le alternazioni oppoſte ſi richiedono da diverſe velocità diverſi intervalli di ſpazio, ancorchè le alternazioni ritornino in tempi eguali. Nella ſteſſa mutazione de' mezzi l'azione ineguale tra i punti, che compongono la particella, può variare la grandezza, e forſe l'ordine, e in conſeguenza la velocità delle ſteſſe oſcillazioni. Aggiungaſi la diverſa inclinazione de' punti nell'arrivare alla ſuperficie, e ſi vedrà, che niente ho avanzato fuor di propoſito.

LV. Il Cavalier Newton lume chiariſſimo della Matematica, e della Fiſica ha oſſervato nella ſua Ottica; che nel Criſtallo d'Islanda rifrangendoſi qualunque raggio, in due ſi divide, ed uno ſi rifrange nel modo ſteſſo, che ſi rifrange negli altri corpi, l'altro in modo aſſai diverſo, e però ſi danno alcune leggi determinate, ch'egli accenna poterſi avere per mezzo di diverſe forze in diverſi lati delle particelle di Luce. Nella noſtra Teoria ciò non porta difficoltà di rimarco. La coeſione de' corpi, è tale, ſecondo i noſtri principj, che poſſono avere nei diverſi lati di una maſſa forze, e diſpoſizioni molto diverſe da quelle, che trovanſi negli altri lati; le quali forze, e diſpoſizioni diverſe, ſiccome attiſſime ſono a ſpiegare diverſe coeſioni, e diverſi gradi di quelle, così del pari poſſono nella preſente materia aver luogo. Non è parimente difficile lo ſpiegare nella noſtra Teoria la diffrazione della Luce, la quale finalmente altro non è, che una rifleſſione, e rifrazione incominciata. Quando la luce ar-

ri-

riva ad un mezzo di natura diverso da quello, per il quale camminava, se ritrovasse la superficie piana di quel corpo o si rifletterebbe ad angoli eguali, o si rifrangerebbe in quel nuovo mezzo. Ma se ritrovi una punta in quel corpo, che impedisca il piano, passerà avanti il raggio scansando quella punta, e quasi si raggirerà intorno a quella; ma uscito da quella distanza manterrà la direzione ultimamente acquistata, e con essa seguiterà a muoversi. L'effetto nasce dalla ripulsione insieme, che si esercita nella minore distanza de' punti, che sono collocati nella punta del corpo, e dall'attrazione, con cui agiscono verso la Luce i punti posti nelle superficie laterali. Ma della Luce basti sin quì; che se trattare volessi questa materia compiutamente, converrebbemi impiegare troppo più tempo, di quel che sia proporzionato ad un breve Ragionamento: oltredichè agevol sarà a ciascheduno vedere, quanto io lascio sotto silenzio, nelle due dottissime Dissertazioni sopra la Luce dei Padri Boscovich, e Benvenuti.

LVI. Potrei ora senza dubbio in altre materie Fisiche, e non con infausto successo ingolfarmi; sì perchè la qualità delle cose è da se stessa facile a ben' intendersi, sì ancora perchè nella nostra Teoria, non portano spiegazione punto diversa da quella, che ne danno i Newtoniani: ma per queste ragioni appunto io mi sono determinato a tacerle; riserbandomi solo in quest'ultimo a favellare dell'Elettricismo, e del Magnetismo. E per cominciare dal primo. L'Elettricismo è un fluido ingenito alla natura di molti corpi, che perciò chiamansi Elettrici per origine; siccome quei corpi, che non l'hanno naturalmente, o pur ne hanno assai poco, chiamansi elettrici per comunicazione, ricevendo, quanto lor manca, da quelli, che elettrici sono per origine. La Teoria di questo Elettricismo è stato parto del Signor Beniamin Franklino. Egli facendo su la macchina Elettrica varj sperimenti ritrovò, che tutti i Fenomeni, che veggonsi in detta macchina, possono seguire allo stesso modo nell'aria libera, e si avanzò con questo a spiegare quei Fenomeni, che accadono in quegli effetti, che Meteorologici appella il volgo. Nella verga Franklíniana, se a questa si accosti da un' uomo, che sulla terra non posi, una mano, coll'altra toccando la macchina Elettrica, gli effetti sono più vivaci per il maggiore eccesso di materia in una parte, e maggior difetto nell'altra, e questo rende ragione della forza de' fulmini, che quando una nuvola verso il monte, o qualche alta fabbrica si accosta, scaglianſi velocemente. Se alla medesima verga che communica coll'aria aperta, in tempo nuvoloso, e in diverse distanze più uomini accostino le dita; al dito più vicino scorre con impeto il vapore elettrico, e più, se l'aria è più densa, e ancora con istrepito assai notabile, imitando lo strepito de' Tuoni, e 'l folgoreggiare de' lampi. Il moto stesso delle ignite meteore similissimo

al

al moto del vapore Elettrico assai c' insegna, che tal vapore non è altro, che fuoco, o pur sostanza similissima a quello. Egli è certo, che la scintilla elettrica non solo infiamma i più attuosi liquori, e i corpi resinosi, e di bitume ripieni, i quali, come abbiam già veduto in gran parte di fuoco sono composti: ma se egli è fuoco, o similissimo al fuoco; chiara cosa ancora è, che può agevolmente nella nostra Teoria esporre quanto di più notabile, nell'artificiale, e naturale Elettricismo ammiriamo.

LVII. Aggiungo di più, che nella sola nostra Teoria può felicemente spiegarsi. Forsechè mi son' io troppo avanzato? Nò certamente. Trattando della fissazione dell'aria, abbiam noi veduto non potersi meglio di quella render ragione, che colla legge della curva Boscovichiana: or questa fissazione dell'aria è quella, che debbesi appunto avere in vista; quando parlasi di alcuni effetti men comuni; ma più mirabili. Opera in quelli, e ben di molto l'elettricismo; non però seguirebbono certi Fenomeni, se, supponendosi fissata l' aria, non si vedesse, che accadono necessariamente. Che ne' Turbini, e in quelli specialmente, che per il fuoco, che portano sensibilmente, si chiamano Prestèri, abbia gran luogo il vapore Elettrico; non può negarsi da chi nel Libro de' viaggi del Thevenot abbia letto alzarsi in forma di monticello l'acqua nel mare, e star sopra quello piccola nuvola, detta volgarmente Occhio di Bove, e tal volta gettar fiamme: quindi discendere da quella nube una colonna sbiancata, ed accostarsi al monticello dell'acqua, attrarre l'acqua medesima, e piena di quella staccarsi improvviso, e verso altri luoghi diretta portare stragi, e rovine. Effetto simile si ammira pure nella macchina Elettrica? Nell'erudito Trattato sopra l'Elettricismo del chiarissimo P. Giovambatista Beccaria delle Scuole Pie Regio Professore nella Università di Torino trovo questo Esperimento da esso fatto. Alla catena Elettrica si attacchi una verga di ferro, e dalla piana estremità di quella stia pendente una goccia di acqua grande, quanto si può, per breve tempo; un piccolo vaso di acqua ripieno si sottoponga a questa goccia alla distanza di un pollice: vedrassi nel tempo medesimo, che la catena diventa Elettrica, la goccia dell'acqua stendersi in una piccola tromba, e sotto l' asse di quella alzarsi alquanto l'acqua nel vaso; indi se il vapore sia molto, slungarsi maggiormente la tromba, finchè si vedano le scintille. Non si vede in questo racconto, quanto delle trombe di mare scritto si legge dal Thevenot?

LVIII. Vengo adesso al mio proposito della fissazione dell'aria. Lasciamo da parte l'innalzarsi dell'acqua, e l'ascendere per la colonna, che in buona Idrostatica non può aversi senza una somma rarefazione dell'aria nella colonna medesima, e questa rarefazione non me-

meglio può intenderſi, che per la fiſſazione dell'aria cagionata dall' elettrico vapore, nelle parti della nube abbondantiſsimo. Come ſi ſpiegheranno le rovine, e le ſtragi, che porta il turbine ſenza di quella? come lo ſvellerſi degli alberi, e torcerſi in giro? come l' abbatterſi le caſe, e traſportarſi ben lontano e uomini, e faſſi, e navi? Conſideriſi ora quanto può fare la fiſſazione dell'aria. L'aria fiſſata nella colonna è fiſſata ancora intorno ad eſſa per la forza del vapore elettrico; l'aria, ch'è più lontana, trovando libero il campo con ſomma velocità alla colonna ſi accoſta da tutte le parti, e impedendoſi le particelle ſcambievolmente, pure agitate gagliardamente cominciano a muoverſi in giro. Altra, ed altra aria nel modo ſteſſo accoſtandoſi creſcerà l'agitazione ed il vortice; e ſecondo il celebre Teorema di Hugenio, che la forza centrifuga è direttamente come il quadrato della velocità, e reciprocamente come il diametro del Circolo, in cui il corpo ſi avvolge; l'aria agitata avrà forza centrifuga tanto maggiore, quanto è minore il circolo, e maggiore la velocità. Dovrà però l'aria traſportar ſeco violentemente, quanto incontra per iſtrada, ſenza che trovi reſiſtenza valevole per impedirla, volgere in giro quaſi rotando qualunque oſtacolo, che gli ſi opponga, e in ſimil foggia tutti quegli effetti cagionare, che più ſpecioſi ne' Turbini ſi ritrovano. Non è egli forſe in tal modo non che utile, ancor neceſſaria a tal Fenomeno la fiſſazione dell' aria? Ma non ho al tempo ſteſſo manifeſtamente moſtrato quanto di parte la noſtra Teoria abbia nell' Elettriciſmo, o naturale egli ſiaſi, o artificiale?

LIX. Poco io poſſo dire intorno al Magnetiſmo. Egli è un Fenomeno quanto più noto, tanto meno capito; ed anche ai noſtri tempi ſtanno gli uomini più dotti all'oſcuro della ſua origine. Niuna però può trovarſi ſpiegazione migliore di quella, che ripeteſi dall'attrazione: poichè finalmente l'eſperienza c'inſegna, che n'è una ſpecie, quantunque dall'attrazione, che vedeſi negli altri corpi aſſai diverſa. E' coſa ſorprendente, che la Calamita non attragga, che il ſolo ferro: che il ſolo ferro poſſa eſſer calamitato, per un poco, che reſti attaccato alla Calamita: che l'ago calamitato accoſtiſi alla polvere del ferro, e in quella ſi ravvolga. Tutti queſti effetti ci moſtrano l'attrazione; ma pure non ci manifeſtano, com' ella agiſca. Si è oſſervato, che quantunque in più parti della Terra anche aſſai lontano da' Poli vi ſia gran copia di ferro, pure ſe fa qualche deviazione l'ago calamitato verſo di quelle, alla fine poi ſi volta verſo de' Poli medeſimi, ſe pure non ſia ritenuta da qualche groſſa miniera, che ſtia vicina al luogo, dove ſta ſituato. Queſto fece credere, che la maggior copia foſſe poſta ſotto de' poli, e l'eſperienza ha confermato queſto ſentimento. Di più ſappiamo che l'ago

l'ago ſteſſo nella Buſſola non fermaſi appunto in direzione de' Poli, ma ha qualche declinazione derivata ſenza dubbio dalle miniere vicine di ferro. Per dir qualche coſa sù tali Fenomeni, dirò, che nella noſtra Teoria tutto può intenderſi facilmente; ſe avremo in viſta, quanto ho già detto, circa la diverſa teſſitura de' corpi, le diverſe forze attrattive, e ripulſive, le maggiori, e minori diſtanze, che aver poſſono i punti fra di ſe, le diverſe combinazioni, che poſſono naſcere, i diverſi limiti, gli archi della noſtra curva ora Aſintotici, ed ora nò. Potrebbe forſe qualche difficoltà ritrovarſi nella gran diſtanza, alla quale agiſce la Calamita; ma queſta facilmente ſvaniſce, qualora ſi ammettano vapori tenuiſſimi, ed inſenſibili all'occhio, che in tutto il mezzo agiſcano colle loro forze. Del rimanente avendo la Calamita i ſuoi Poli da una parte attrattivi, e dall'altra ripulſivi; non ſolo ci dà una bella idea della noſtra Teoria, ma combina perfettamente con quella potendo eſſer maggiore la ſomma delle forze da una parte, che non è dall'altra.

LX. Ed ecco finalmente, che io giunto ſono al compimento di quanto aveva da principio propoſto. Se abbia colto nel ſegno, e ſia riuſcito nel preſo impegno; ne laſcio il giudizio a coloro, che più di me illuminati avranno la tolleranza di traſcorrere, e compatire queſto mio rozzo Ragionamento. Comunque ſiaſi, a me ſembra la Teoria Boſcovichiana sì bene architettata, e per la ſua ſemplicità, per il ſuo metodo, per la ſua brevità così limpida, ed apprezzabile; che ancora un' incolta penna non ſia baſtevole a punto offuſcarla. Altri ingegni più coltivati del mio, e più profondi ſi ſono fin ora impiegati in quella in Italia, in Francia, in Inghilterra, in Germania, ove in Vienna ha ritrovati ammiratori, e ſeguaci più che in ogni altra parte; e queſti ingegni più coltivati, e profondi l'hanno apprezzata ſingolarmente; anzi quelli ſteſſi, che le ſono reſtati contrarj, non poſſono però negarle la lode certamente dovuta di ſemplice, e d'ingegnoſa; talmente che io porto opinione, ch' eſsi ſianſi aſtenuti dal ſoſtenerla, o per queſto medeſimo, che loro ſembra troppo ſemplice, e chiara; o forſe ancora, perche intimoriti da' pregiudizj del volgo a loro ben noti, credono dover dare alcun poco alla debolezza del più degli uomini, che mal ſopporta nelle ſue idee più profondamente impreſſe vederſi contradetto.

CORTESE LETTORE.

L'Autore del Ragionamento, quando intrapreſe a mettere in carta le ſue Rifleſſioni intorno alla Teoria Boſcovichiana, non avrebbe mai creduto, com' egli accenna ſul principio del ſuo Ragionamento, che le ſue fatiche doveſſero eſſere eſpoſte al pubblico. Coſtretto per tanto a ciò fare dall' autorità di quelli, ai quali aveva moſtrato il ſuo ſcritto, non ſi contentò di rivederlo, correggerlo, e ancora accreſcerlo di molte altre notizie; ma volle eziandio eſporlo in una ſcelta adunanza di uomini, e per naſcita, e per lettere ragguardevoli, e quindi aſcoltarne le difficoltà da loro propoſte, e queſte ſciogliere, relativamente però a quanto viene avanzato nella Teoria, che ſi era preſa a difendere. Perche coſa lunga, e nojoſa ſarebbe ſtata, tutto recitare il Ragionamento; ſolo alcune poche coſe, fu ſtabilito, che ſi rappreſentaſſero colla voce, le quali foſſero come una breve idea del rimanente laſciato al giudizio, che per mezzo dell'occhio ne ſarebbe formato. Fu fatta poi rifleſſione, che la Teoria Boſcovichiana ſtendendoſi a tutta la Fiſica, e ancora alla Meccanica portava ſeco materia troppo più vaſta di quella, che poteſſe eſſere digerita a ſufficienza in un breve Componimento: e però fu giudicata coſa ben fatta, ciocchè non era compreſo in quello, proporlo in varj Queſiti, a' quali, interrogato a piacere degli Aſcoltanti, s'ingegnaſſe l'Autore di ſoddisfare; e in queſta forma daſſe un compito ſaggio de' ſuoi ſtudj. I Queſiti medeſimi ſono quelli, che ſi anderanno quì proponendo col ſommario delle riſpoſte.

QUESITI

Intorno ad alcune curve, delle quali può accadere di favellare nella Teoria Boſcovichiana.

I.

Qual' è l'origine di quelle curve, che ſi chiamano Sezioni Coniche, e quali ſono le loro proprietà univerſali?

Si moſtra colla *Figura* 13. come dalla ſezione di un Cono naſcono il Circolo, la Parabola, l'Elliſſe, e l'Iperbola. Si danno le definizioni comuni a tutte, delle ſemiordinate, delle Aſciſſe, del Foco, e del Parametro. Finalmente ſe ne dà di tutte un'eſempio nel Circolo *Fig.* 14., e ſe ne ricava coll' ajuto dell' Algebra l'equazione ad eſſo appartenente.

II.

Quali ſono le proprietà della Parabola?

Per avere l'equazione della Parabola, ſi oſſerva *Fig.* 15., che in queſta curva le ſemiordinate ſono medie proporzionali, fra 'l Parametro, e l'Aſciſſa. Avuta l'Equazione; con calcolo Algebraico ſi deduce. I. Che i quadrati delle ſemiordinate ſono fra di ſe come le Aſciſſe. II. Che la ſteſſa ragione ſi conſerva tra le Aſciſſe, e le Semiordinate fuori della Parabola. III. Che la diſtanza del Foco dalla punta della Parabola è eguale alla quarta parte del Parametro. IV. Si ſpiega la Direttrice. V. Si prova che ogni linea tirata dal Foco al Perimetro è eguale alla ſua Aſciſſa aggiunta alla quarta parte del Parametro.

III.

Quali ſono le proprietà dell'Elliſſe?

L'equazione di queſta curva ſi ha per Algebra, ſtando il Parametro all' Aſſe, come il quadrato di qualunque Semiordinata al rettangolo ne' Semmenti dell'Aſſe. *Fig.* 16. Si ſpiegano i due Fuochi, e i Diametri sì traſverſo, che conjugato, che ſono gli Aſſi dell' Elliſſe. Con calcolo Algebraico ſi deduce, che i quadrati delle Semiordinate ſono fra di ſe, come i rettangoli ne' ſemmenti dell'Aſſe. Di più che il quadrato di qualunque ſemiordinata ſtà al rettangolo ne' ſemmenti dell'Aſſe traſverſo; come il quadrato dell'Aſſe conjugato, a quello dell'Aſſe traſverſo. Da che ſi conchiude, che l'Aſſe conjugato è media proporzionale fra l'Aſſe traſverſo, e il Parametro.

IV.

Quali ſono le proprietà dell'Iperbola?

L'Algebra ci diſcopre l'Equazione dell'Iperbola *Fig.* 17. perche il Parametro ſtà all'Aſſe, come il quadrato di qualunque ſemiordinata al rettangolo dell'Aſciſſa nella ſomma dell'Aſſe, e dell'Aſciſſa medeſima. Si ſpiega qual ſia l'Aſſe conjugato, e quali gli Aſintoti, o non coincidenti, e come l'Iperbola può avere altri rami. Si dimoſtra coll'Agebra, che i quadrati delle Semiordinate ſono fra di loro, come i rettangoli delle Aſciſſe nella ſomma dell'Aſſe traſverſo, e delle medeſime Aſciſſe, e che perciò l'Aſſe conjugato è media proporzionale fra l'Aſſe traſverſo, e il Parametro; e in conſeguenza il quadrato della ſemiordinata ſtà al rettangolo dell'Aſciſſa nella ſomma dell'Aſſe traſverſo, e dell'Aſciſſa medeſima come il quadrato dell'Aſſe minore a quello del maggiore. Finalmente ſi dimoſtra la celebre proprietà, che l'Iperbola prodotta all'infinito, ſi accoſterà ſempre agli Aſintoti; mai però non giugnerà a toccarli.

V.

Che coſa ſia la Cicloide, e quale la di lei proprietà?

Si ſpiega come queſta curva venga generata dal moto del Circolo *Fig.* 18.; indi ſi dimoſtra che l'ordinata tra il Perimetro della Cicloide, e quello del Circolo genitore è eguale all'Aſciſſa.

VI.

Che coſa ſia la Logiſtica, e quale la di lei proprietà?

Queſta curva detta con altro nome Logaritmica paſſa per le punte di molte linee perpendicolari all'Aſſe in modo tale, che ciaſcuna di eſſe ſia media proporzionale fralle due eſtreme. Se ne dà la coſtruzione *Fig.* 19., e ſi moſtra come le perpendicolari formano una progreſſione Geometrica, e le Aſciſſe una progreſſione Aritmetica corriſpondente, ſicche queſte ſono i Logaritmi di quelle. Si accenna finalmente, che la Logiſtica da una parte in infinito ſcoſtaſi dall'Aſſe, e dall'altra ſi accoſta all'infinito ſenza mai toccarlo, rappreſentando la ſerie creſcente, e decreſcente.

VII.

Qual ſia il Calcolo differenziale, ed il ſuo uſo principale?

Si ſuppone il metodo Cavalleriano degl'Indiviſibili, e per iſpiegare come ſi adopri ſpecialmente nel tirare le tangenti alle curve: ſe ne dà l'eſempio nella Parabola *Fig.* 20.

VIII.

VIII.

Qual ſia il Calcolo integrale, ed il ſuo uſo principale?

Si moſtra colla *Fig.* 21; che l'uſo principale è la rettificazione, e quadratura delle curve, e ſe ne dà l'eſempio nella quadratura del Circolo.

QUESITI

Appartenenti alla curva Boſcovichiana.

IX.

In qual modo pretendono i Newtoniani, che la Legge di continuità reſti violata?

Oppongono i Newtoniani, che non ſi dia legge di continuità, ſe ſi mettano a confronto la ragione del moto, che ha un punto collocato in un globo omogeneo, e quella che hà quando egli è fuori del globo: inoltre ſe un corpo grave da alto diſcenda, e nella foſſa ſcavata ſeguiti a muoverſi. Nell'uno, e nell'altro caſo ſi moſtra, che la curva Boſcovichiana ſoddisfà a tutto facendo vedere, che ogni mutazione ſi farà per gradi.

X.

Come ſi prova, che fuori della Teoria Boſcovichiana ſi darebbe il ſalto nel moto di un punto di materia?

Si conſidera un punto, che avendo una forza centrifuga non molto grande, venga attratto da un punto, poi da una sfera, il cui centro ſia quel punto medeſimo, *Fig.* 12. e colle leggi Newtoniane ſi fa vedere, che queſto punto muterebbe più volte per ſalto la ſua velocità.

XI.

Qual coſa dovrebbe addivenire, ſe due punti, che ſcambievolmente ſi ſcoſtano, s'incontraſſero in un'arco ripulſivo tale, che abbia l'area maggiore, che tutti gli eccesſi dell'aree attrattive, ſopra le ripulſive?

Si riſponde; che gli archi ſeguenti non averanno forze da ritenerli, e però ſeguiteranno ad allontanarſi in infinito. Si dimoſtra, che lo ſteſſo accaderebbe, quando anche prima di muoverſi s'incontraſſero i punti in quell'arco ripulſivo. *Fig.* 23.

XII.

XII.

Come potrà nelle maggiori distanze camminare un punto in ragione reciproca duplicata delle distanze, ed osservare le leggi della curva Boscovichiana?

Nell'ultimo arco attrattivo mutata la distanza di tre punti quanto si vuole, e qualunque sia l'inclinazione della direzione, *Fig.* 7. la forza sarà sempre sensibilmente la stessa, e sarà sempre sensibilmente in ragione reciproca duplicata delle distanze.

QUESITI MECCANICI

XIII.

Quale sarà il Centro di percussione nella Teoria Boscovichiana?

Si stabilisce questo Teorema, *Fig.* 24; che la distanza del centro di percussione dal punto di conversione è eguale alla distanza del centro di oscillazione dal punto di sospensione. Ciò fatto, tutto il rimanente è comune alle altre Teorie.

XIV.

Qual'è nella Teoria Boscovichiana la forza del sostegno?

Si dimostra, che discende la Soluzione del Quesito dalla Teoria delle tre Masse, delle quali si tratta nel Ragionamento, *Fig.* 8.; e di fatto trovato il centro dell'equilibrio, è facile a determinarsi la forza.

XV.

Qual'è il Centro dell'equilibrio nella Teoria Boscovichiana?

Se si diano tre masse, che agiscano fra di loro; esaminando le loro forze, si fa vedere che le forze parallele motrici di due di quelle, *Fig.* 8., sono fra loro reciprocamente, come le distanze dalla comune direzione, che passa per la terza.

XVI.

Qual'è nella stessa Teoria il centro di oscillazione?

Si trova facilmente nella *Fig.* 25. moltiplicando tutte le masse per i quadrati delle loro distanze dal centro comune della Gravità, e dividendo la Somma di tutti i prodotti per la Somma di tutte le masse.

XVII.

Come si spiegano le ragioni delle forze motrici, ed acceleratrici?

Questo Quesito facilissimo a sciogliersi, non ha di bisogno che di un' occhiata alla *Fig.* 26, e di una piccola Dimostrazione Trigonometrica.

XVIII.

XVIII.

In qual maniera nella collisione de' Corpi elastici si spiega senza forza viva la sostituzione della composizione alla risoluzione?

Si spiega prima nella commune sentenza delle forze vive una simile collisione colla risoluzione, *Fig.* 27. Indi si fa vedere nella Teoria Boscovichiana colla forza ripulsiva, che agisce nuovamente; donde nasce la composizione cercata.

XIX.

Come può anche più chiaramente spiegarsi la composizione delle forze?

Data un'occhiata alla *Fig.* 28; si considera un globo, che con direzione obliqua pervenga ad un piano, ed in esso si fa vedere una tale composizione.

XX.

Come si spiega nella Teoria Boscovichiana la pressione, e velocità diretta de i Fluidi?

Si considerano due punti, *Fig.* 29, i quali posti siano in equilibrio, e si trova, che ciascun punto sarà spinto dalla forza eguale alla somma di tutte le forze esterne dei punti precedenti.

XXI.

Come si spiega la pressione, e velocità indiretta de i Fluidi?

Si considerano varj punti dispersi per un Parallelepipedo, e si fa vedere, che la base, *Fig.* 30., sentirà dal Fluido minore tanta pressione, quanta ne sentirebbe da un più grande.

XXII.

Come si spiega la pressione dell'acqua nell'uscir dal Foro di un vaso?

Col rappresentare una Logistica, *Fig.* 31; si fa vedere, che l'area Asintotica infinita verso una parte, se si prenda da una ordinata; è eguale al prodotto della stessa ordinata nella Suttangente costante. Supposto questo Teorema; nella nostra Teoria sarà non meno, che nelle altre, la velocità in ragione sudduplicata delle altezze, e delle forze comprimenti.

XXIII.

Qual'è la pressione dell'aria?

Si mostra, che le particelle hanno forza ripulsiva in ragione reciproca semplice delle distanze, come stabilì M. Newton, *Fig.* 32. Quindi si passa a vedere la differenza, che passa tra l'aria, e l'acqua; e si determina, che nella nostra Teoria non è l'acqua affatto priva

di

di elasticità ; come pure si prova nel Ragionamento . Si conchiude che in tutti i Fluidi omogenei le somme di forze eguali sono come i numeri delle particelle .

QUESITI ASTRONOMICI.

XXIV.

Per quali ragioni non può abbracciarsi l'opinione de' Vortici Cartesiani intorno alla gravità de' Corpi Celesti?

Si propone , e s'impugna tale opinione come opposta alla legge del Keplero . Indi si passa a mostrare , che in quella male si spiegano i moti delle Comete . Si fa vedere che la ragione del Cartesio per salvare la terza legge del Keplero , prova contro lo stesso Cartesio , ancorche si riformi il suo argomento colle osservazioni del Cassini . Finalmente s'impugna quanto sù tal materia ha detto il Bernoulli , e si dimostra , che ciocch' egli avanza , non può ottenersi , senza che la densità cresca all' infinito verso il centro ; la qual cosa non può ottenersi , che nella nostra Teoria . *Fig.* 33.

XXV.

Qual'è l'orbita , che descrivesi da i Pianeti?

Si dà una piccola idea del sistema Planetario nell'Ipotesi Copernicana . Quindi con le proprietà dell' Ellisse , *Fig.* 34 ; la quale è descritta da i Pianeti nel loro moto , e per le medesime proprietà si fa vedere la qualità dell'Ellisse medesima .

XXVI.

Quando i Pianeti hanno maggior moto nella loro orbita , e qual Legge in quello conservano?

Nell'Ipotesi Copernicana si prova , che il maggior moto nasce dallo scemarsi delle distanze ; siccome dal crescere le distanze nasce il minor moto : donde si ricava la Legge Newtoniana , che essendo l'attrazione in ragione reciproca duplicata delle distanze ; anche i Pianeti si attraggono al modo stesso scambievolmente , benchè le distanze siano grandissime .

XXVII.

Che cosa è la Parallasse , e da che nasce la di lei diversità?

Si propone il modo di osservare la Parallasse , *Fig.* 35. , e con esso si spiega la Parallasse stessa . A spiegare poi la diversità si stabilisce questo Teorema : che la distanza dal centro della Terra al suo Semidiametro , stà come il seno della distanza apparente al seno della

Parallaſſe. Finalmente da queſto Teorema, ſe ne deducono varie utiliſſime conſeguenze.

XXVIII.

Il Sole ha egli la ſua Atmosfera?

Benchè gli Antichi non abbiano in gran parte riconoſciuta l'Atmosfera Solare: non ne dubitano punto i Moderni. Tanto ci dimoſtrano le macchie ſolari; e quella luce, che nell'Eclisſe ſolare totale vedeſi intorno alla Luna; luce troppo grande, dice il Newton, per eſſer luce rifleſſa dalla Luna. Più ancora ne ſiamo certi per il Lume Zodiacale ſcoperto da Giovan Domenico Caſſini. Si dà qualche notizia di queſto lume, e della ſua eſtenſione ſecondo il ſentimento di Monſieur Mairan.

XXIX.

Che coſa ſono le Comete?

Si dà una notizia delle Comete, e della loro diverſità da i Pianeti, e dalle Stelle fiſſe. Si paſſa a moſtrare, che a ſpiegare i loro moti non baſta il Zodiaco determinato per eſſe dal Caſſini. Si deride ciocchè di funeſto pretendono alcuni preſagirſi dalle Comete. Si prova che non ſono vapori nè della Terra, nè dei Pianeti, e neppure del Sole medeſimo. Si moſtra, che ſono veri Pianeti, che deſcrivono un'Elliſſe aſſai slungata; che hanno il Sole per loro centro di Gravità, e che ritornano di tempo in tempo, benchè non poſſa per l'immenſa diſtanza predirſi il punto preciſo.

XXX.

Da che naſce la Coda delle Comete?

Una tal coda non può attribuirſi all' Atmosfera delle ſteſſe Comete ferita da i raggi del Sole, aggiunta ancora la preponderanza dell'Atmosfera Solare. Si apportano in prova di queſto trè ragioni del Padre Boſcovich. Si conchiude la coda eſſere un gettito di materia, che ſi fa dalla Cometa, atta a riflettere i raggi Solari, e che le macchie nere, che talvolta ſi vedono, altro non ſono, ſecondo il parere del detto P. Boſcovich, che vapori inetti a riflettere i raggi Solari. Il gettito delle Comete è maggiore nel Perielio, perche ſono più riſcaldate.

XXXI.

Perchè la Luna tien rivolta ſempre alla Terra la medeſima faccia?

La ragione di queſto belliſſimo Fenomeno ſi può rendere a maraviglia colla dottrina delle forze, che ha data il P. Boſcovich in più luoghi, e ſpecialmente nella ſua Teoria. Da ciò che egli determina, ſi ricava, che quantunque la Luna abbia qualche ſorta di tremo-

more; contuttociò elidendosi le forze, e stando queste in conseguenza in un quasi equilibrio, sarà sempre voltata alla Terra la medesima faccia; coerentemente a ciò che ne dice il Newton alla proposizione 38. *Lib.* 3. de' suoi Principj. *Fig.* 36.

XXXII.

Qual'è la Figura della Luna?

Dice M. Newton che la Luna affetta la Figura Sferoidale lunga voltata in faccia alla Terra. Si spiega la dottrina di questo celebre Astronomo colla semplice considerazione di una retta linea, ne' cui ultimi punti siano due masse congiunte insieme per mezzo di una verga inflessibile priva di ogni inerzia; e rappresentasi nella *Fig.* 36; coll' applicazione alla Luna.

XXXIII.

La Luna ha ella la sua Atmosfera?

Quantunque molti Filosofi, ed Astronomi stati siano di opinione, che la Luna avesse la sua Atmosfera; contuttociò il P. Boscovich è di sentimento contrario in una sua speciale Dissertazione, e nelle Note al suo Poema *De Solis, & Lunae defectibus*. Se ne riportano le forti ragioni, ch'egli ne dà. Finalmente si spiega, come il margine della Luna vedasi eguale, e politissimo nell'Eclisse del Sole, e nel Plenilunio, benchè la Luna abbia i suoi monti, e le sue scabrosità; e si ripete da un fluido diafano tutto della stessa densità; siccome l'anello, che vedesi intorno alla Luna, ripetesi dall'Atmosfera solare.

QUESITI SPETTANTI ALLA FISICA, E GEOGRAFIA.

XXXIV.

Che cosa è il Meridiano, ed in qual modo si può trovare la distanza frà due luoghi sotto lo stesso Meridiano?

Si dà la Definizione del Meridiano terrestre. Per misurarne i gradi non è molto acconcio il metodo del Keplero, che la Terra suppone perfettamente rotonda. Se ne dà però un metodo più proporzionato, *Fig.* 37., che col mezzo della Trigonometria sferica facilmente si mette in uso. Egli è insegnato dal P. Boscovich ne' Supplementi al Tomo 2. di Monsignore Stay.

XXXV.

Qual è la Figura della Terra?

La Figura della Terra ha dato molto, che fare a i più bravi Matematici in queſto noſtro ſecolo. Il Padre Boſcovich col ſuo metodo di miſurare i gradi del Meridiano, determina la Figura di Elliſſe, o più toſto di Elliſſoide. Colle dottrine ricavate dalle Sezioni Coniche, *Fig.* 38., ſi ſpiega, come di fatto la Terra abbia queſta Figura.

XXXVI.

D'onde naſce la diverſità, che ſi vede ne i pendoli nella ſuperficie della Terra?

Con un Teorema Meccanico ſi trova in primo luogo la deviazione dei pendoli riſpetto ad una determinata eſtenſione anche in altezza; quindi ſi determinano le deviazioni nelle altre altezze. Si moſtra poi, che le aperture, e concavità, che ſono dentro la Terra, poſſono compenſare le deviazioni, che naſcono dalle altezze. Si rende finalmente ragione, perche l'oſcillazione ſia più celere verſo i Poli, che verſo l'Equatore.

XXXVII.

Come ſi ſpiega la gravità ineguale in diverſi luoghi della Terra?

Se la Terra foſſe perfettamente Sferica, e piena: la gravità ſarebbe da per tutto la ſteſſa. Ma ſiccome ella è ineguale, e non è Sferica, nè da per tutto della ſteſſa denſità; ſi dà una ſpiegazione della ineguale Gravità con una coſtruzione generale, ſemplice, ed elegante *Fig.* 39; e con queſta ſi rende ragione, perchè ſopra un' altiſſimo monte un corpo peſi meno, che alle falde di quello.

XXXVIII.

Qual'è la cauſa del fluſſo, e rifluſſo del Mare?

Non è più dubbio, che la cauſa del Fenomeno ſiano le azioni congiunte del Sole, e della Luna, ma più le azioni di queſta, che le azioni di quello. La comune opinione ſi eſpone con una Geometrica Dimoſtrazione. I diverſi gradi d'intumeſcenza, che devono ſcorgerſi nel mare di giorno in giorno, laſciato da parte il metodo del Newton illuſtrato dal Mac-Laurin, ſi ſpiegano con un Teorema Trigonometrico propoſto a queſto effetto dal Sig. Daniello Bernoulli.

XXXIX.

Qual'è la cauſa del fluſſo, e rifluſſo dell'aria?

Queſto Fenomeno accade pure per le azioni del Sole, e della Luna, le quali hanno maggiore attività nell'aria, che è men reſiſtente. Daniello Bernoulli ha preteſo, che il gonfiamento debba eſſer maggiore nell'aria, che nell'acqua; ma Clairaut, e d'Alembert hanno fatto vedere l'oppoſto; onde nell'aria il gonfiamento è molto minore.

XL.

Qual'è l'altezza dell'Atmoſfera Terreſtre?

L'Atmoſfera Terreſtre da molti è ſtata creduta aſſai alta, e ſi crede tale ancora da alcuni. Pure ſe oſſerviamo la depreſſione del Sole ſotto l'Orizonte, e al principio dell'Aurora, e al fine del Crepuſcolo, fatto il Calcolo Trigonometrico, *Fig.* 40, ſi trova, che appena può arrivare a 43 miglia. Il Cardano sbagliò moltiſſimo fingendola più alta, perch'egli, come oſſervò Ticone, poſe nel Zenith il principio dell'Aurora, e il fine del Crepuſcolo, Il P. Boſcovich con un nuovo metodo l'ha abbaſſata fino a dieci miglia.

XLI.

Qual'è la cauſa dell'Aurora Boreale?

Si propongono le opinioni, che hanno avuto luogo fino a queſti ultimi tempi, e ſuppoſta la baſſezza dell'Atmoſfera terreſtre, ſi fa vedere che l'altezza dell'Aurora Boreale tutte queſte opinioni getta a Terra. La vera cagione è ſtata propoſta da Monſieur de Mairan, che la ripete dall'Atmoſfera del Sole ſlungata fino all'Atmoſfera terreſtre.

XLII.

Come ſi ſpiegano i Fenomeni dell'Aurora Boreale nella Teoria di Monſieur Mairan?

Cinque ſono i Fenomeni principali, che per eſempio degli altri men principali ſi ſpiegano; cioè perche ſi cominci a vedere la ſera verſo Occidente; perche abbia forma di globo, e di circolo; perche queſto circolo ſia oſcuro prima dell'infiammazione, e poi infiammandoſi vedaſi prima l'effetto nella parte ſuperiore; perche vedanſi più faſce nere, e lucide a vicenda; e finalmente coſa ſiano i raggi, le colonne, e gli anelli, che talora ſi vedono.

XLIII.

Qual'è la forza, e velocità dell'aria ne i Turbini?

La ragione, che hanno frà di loro il peso del Mercurio, dell'acqua, e dell'aria, è quella delle loro densità; Si fa vedere con un calcolo Aritmetico, che la forza, e velocità dell'aria ne i Turbini è maggiore di qualunque vento impetuosissimo, e simile alla velocità del suono.

XLIV.

La Propagazione della luce si fa veramente per linea retta?

Non si nega, che la propagazione sia sensibilmente rettilinea; ma solo si dubita, se realmente sia tale. Egli è certo, che debbe alcun poco incurvarsi almeno entrando nell'Atmosfera terrestre. Ciò si fa vedere colla *Fig.* 41., si tratta di passaggio del diverso modo, col quale si rifrange la Luce, rispetto agli altri corpi. Si conchiude, che nella Teoria Boscovichiana per le forze ripulsive sempre sarà nella luce un qualche piccolo deviamento.

XLV.

Come si spiega nella Teoria Boscovichiana la Friabilità de i Corpi?

Supposte le dottrine di coesione date nel Ragionamento; si fa vedere, che tale proprietà conviene a que' Corpi, i quali hanno in ogni minima parte lo stesso grado di coesione. Si avverte però, che nella Teoria non solo si spiega tutto più felicemente; ma ancora può darsi corpo perfettamente friabile, benchè questo non si affermi assolutamente.

XLVI.

Che cosa è nella nostra Teoria il suono?

La Teoria Boscovichiana corrisponde perfettamente a quanto ha proposto sù questa materia il celebre Monsieur de Mairan, la cui sentenza in tutto si abbraccia. Nella Teoria si risponde anche assai ad evidenza ad una obbjezione fatta dall' Eulero contro il sentimento di Mairan.

XLVII.

Come nella Teoria si spiega il sapore?

Si tiene il sentimento comune, che il sapore si ecciti da i sali, i quali sono piccole particelle inerti, di figure determinate diverse secondo le diversità de i sali, ma tutte angolari. Nasce poi tutto dalla diversa combinazione de i punti, dalla quale, si è dimostrato nel Ragionamento, che possono aversi infinite specie di cose.

XLVIII.
Come ſi ſpiega l'odore ?

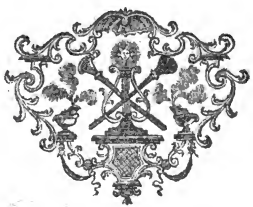
Alcuni hanno voluto, che l'odore ſi ecciti dalle diverſe particelle, che ſono nell'aria, con una Teoria ſimile a quella del ſuono. La noſtra Curva fa vedere, che poſſono averſi tutti i fenomeni per mezzo di effluvj, e ſpecialmente coll'uſcita dal grande arco ripulſivo. Solo ſi trova queſta differenza, che i vapori odoriferi non hanno la legge di ſminuirſi in ragione reciproca duplicata dalle diſtanze. Queſta è proprietà ſoltanto de i vapori, che ſi diffondono con celerità uniforme.

XLIX.
Come ſi ſpiegano nella Teoria il Caldo, e il Freddo ?

Ammetteſi che il caldo conſiſta nel moto veemente, ed inteſtino delle particelle, eccitato dal fuoco, dalla luce, o da materia ſulfurea. La Fermentazione di eſſe naſce dalle forze attrattive, e ripulſive. La mancanza di tal moto ci dà il freddo, e queſto può averſi ancora da i corpi nitroſi, che entrati ne i corpi colle forze mutue legano, e ſtringono le particelle di quelli.

L.
Come ſi prova, che lo ſpazio ſia diviſibile all'infinito ?

Queſta è una verità, che non avrebbe neceſſità di prova. La Geometria ne dà varj argomenti. Si conſidera l'Iperbola frà gli Aſintoti, *Fig.* 17., che queſta curva mai non arriverà a toccare ; ſicchè tirati sì gli Aſintoti, che la curva all'infinito, lo ſpazio tra quelli, e queſta ſarà ſempre minore, ma non diventerà mai niente.



Tab. I.

Fig. 2.

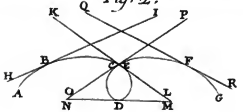


Fig. 3

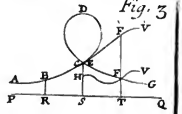
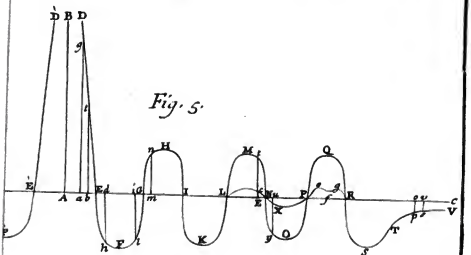


Fig. 5.



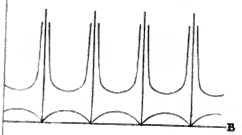


Fig. 7.

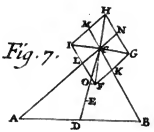


Fig. 10.

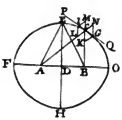


Fig. 12.

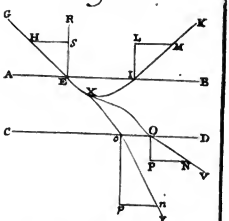
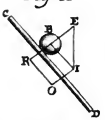


Fig. 11.



BIBLIOTECA NAZ
VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

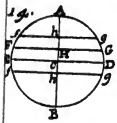


Fig. 14.

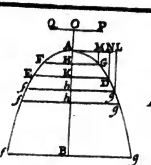


Fig. 15.

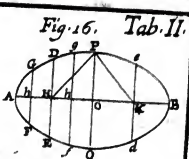


Fig. 16.

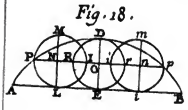


Fig. 18.

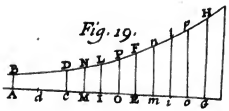


Fig. 19.

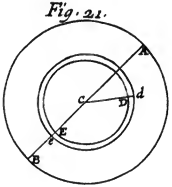


Fig. 21.

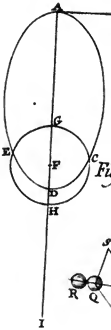


Fig. 22.

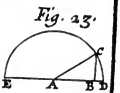


Fig. 23.

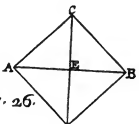


Fig. 26.

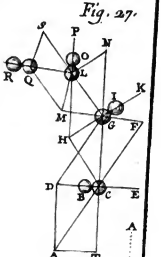


Fig. 27.

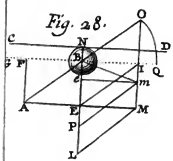


Fig. 28.

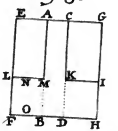


Fig. 30.

Fig. 29.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

Tab. III.

Fig. 32.

Fig. 33.

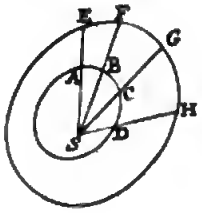


Fig. 34.

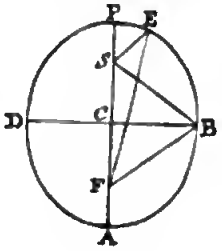


Fig. 36.

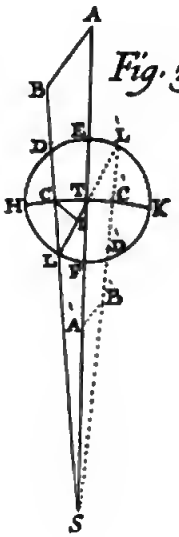


Fig. 37.

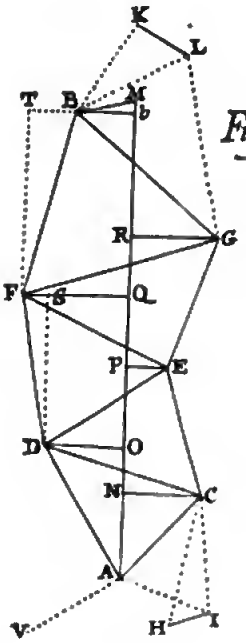
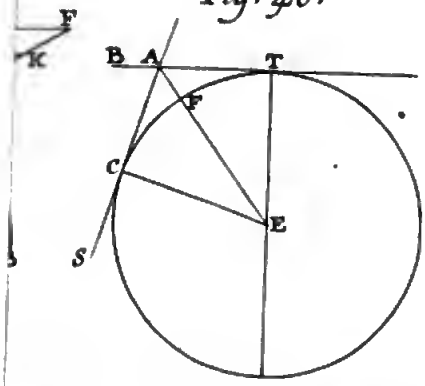


Fig. 40.



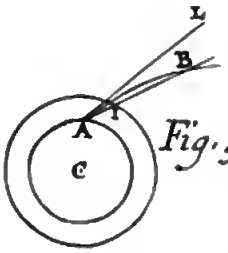


Fig. 41.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE